

نعم تحميل وعرض المادة من

موقع حل دروسي

[www.hldrwsy.com](http://www.hldrwsy.com)

موقع حل دروسي هو موقع تعليمي يعمل على مساعدة المعلمين والطلاب وأولياء الأمور في تقديم حلول الكتب المدرسية والاختبارات وشرح الدروس والملخصات والتأخير وتوزيع المنهج لكل المراحل الدراسية بشكل واضح ومبسط مجاناً بتصفح وعرض مباشر أونلاين على موقع حل دروسي

ثالث متوسط



# رياضيات

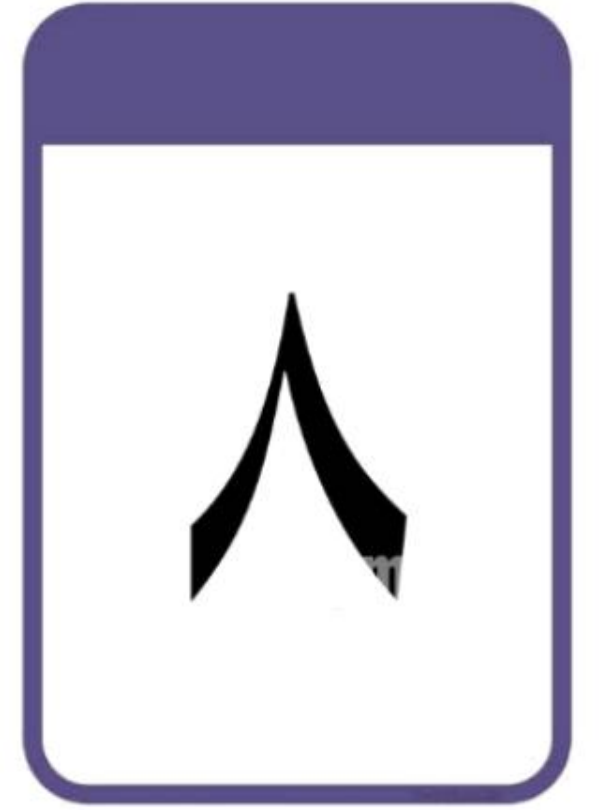


3

المراجعة  
النهائية

عاجد الحزني

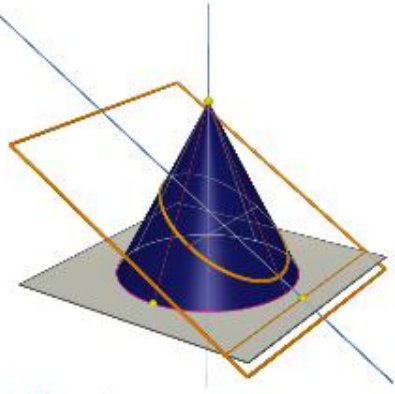
# الباب الثامن



# تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



ملخص مفهوم



$$د(س) = س^2$$

الدوال التربيعية (غير الخطية)

$$ص = أس^2 + بس + ج$$

التمثيل البياني للدالة التربيعية يكون على شكل القطع المكافئ

يكون القطع مفتوحاً للأسفل عندما ألف أقل من صفر، وتمثل أعلى نقطة فيه القيمة العظمى

يكون القطع مفتوحاً للأعلى عندما ألف أكبر من صفر، وتمثل أدنى نقطة فيه القيمة الصغرى

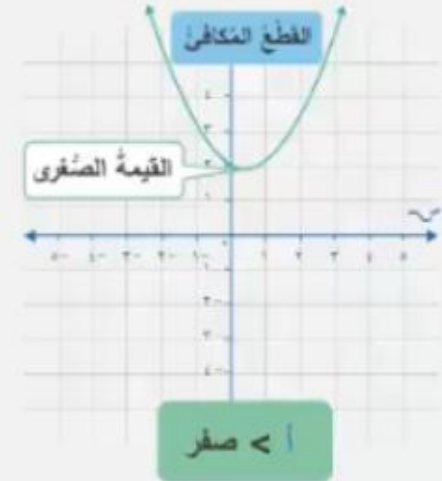
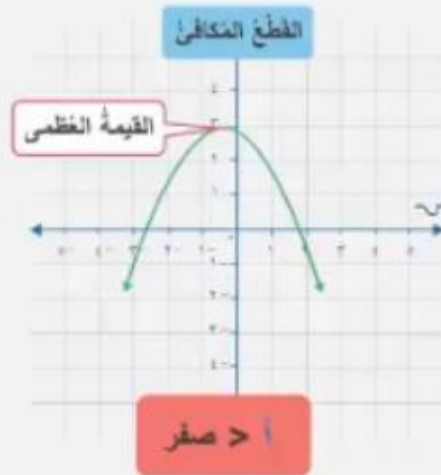
لإيجاد الإحداثي السيني لرأس القطع، نستخدم معادلة محور التماثل

$$\frac{-ب}{٢أ} = \text{الإحداثي السيني للرأس}$$

لإيجاد الإحداثي الصادي نعوض قيمة الإحداثي السيني في المعادلة التربيعية

$$ص = أس^2 + بس + ج$$

المقطع الصادي للدالة التربيعية هو الحد الثابت (جيم) للدالة التربيعية



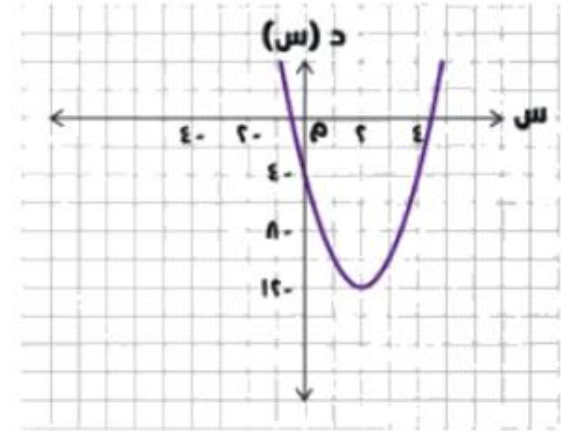


## تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الصورة القياسية للدالة التربيعية  $د(س) = أ س^2 + ب س + ج$

## تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



$د(س) = ٢ س^2 - ٨ س - ٤$

$$١) س = \frac{٨ - (-)}{٢ \times ٢} = \frac{٤}{١٢} = ٢$$

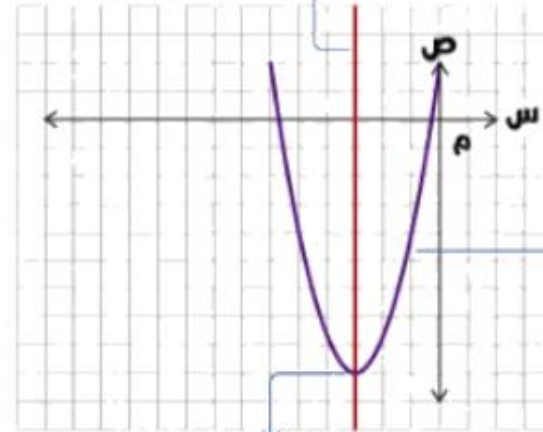
$$٢) ص = ٢(٢)^2 - ٨(٢) - ٤ = ١٢ - ١٦ - ٤ = -٨$$

$$٣) = ١٢ -$$

$$٤) ص = ٢(-٠)^2 - ٨(-٠) - ٤ = ٠ - ٠ - ٤ = -٤$$

$$٤ =$$

محور التماثل



غير خطية

قطع مكافئ

الرأس

$$ص = أ س^2 + ب س + ج$$

$أ < ٠$  · مفتوح إلى أعلى وله قيمة صغرى

$أ > ٠$  · مفتوح إلى أسفل وله قيمة عظمى

الرأس (٢ ، -١٢)

$أ < ٠$

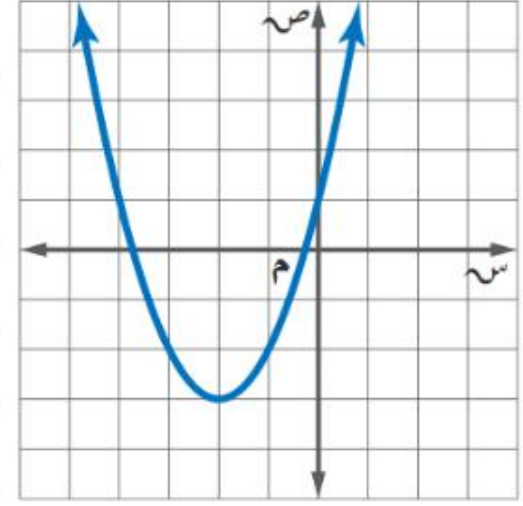
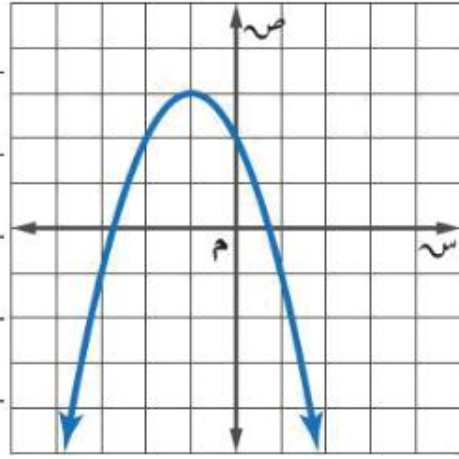
مفتوح للأعلى

قيمة صغرى

المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى هو  $\{ص | ص \leq -١٢\}$



تقوية أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للتمثيل البياني الآتي:



تقوية أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

$$(٢٤) \text{ ص} = ٢س^٢ + ١٢س + ١٠$$

$$(١٣) \text{ ص} = ٣س^٢ + ٦س - ٥$$



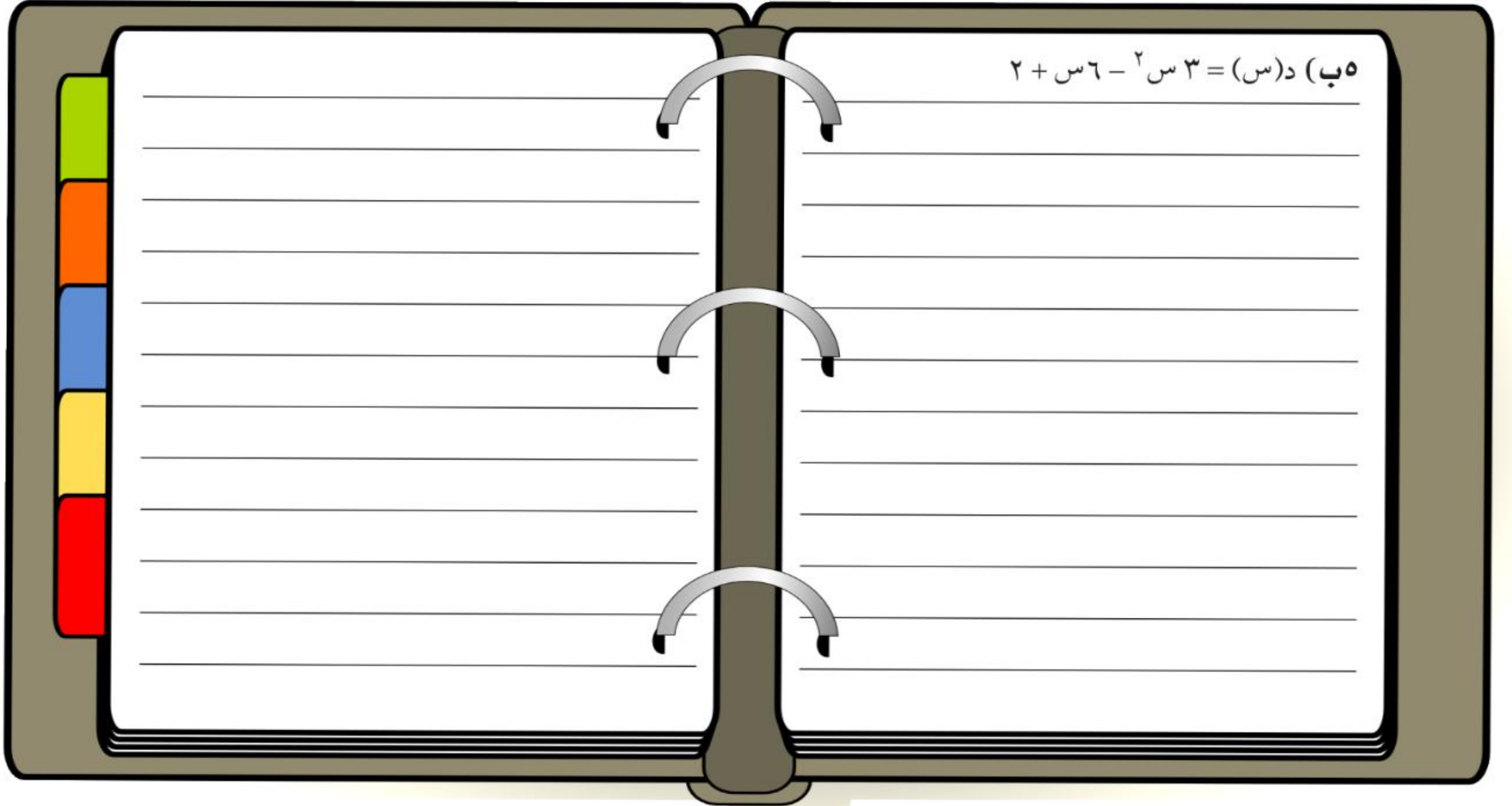
أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أم قيمة عظمى.

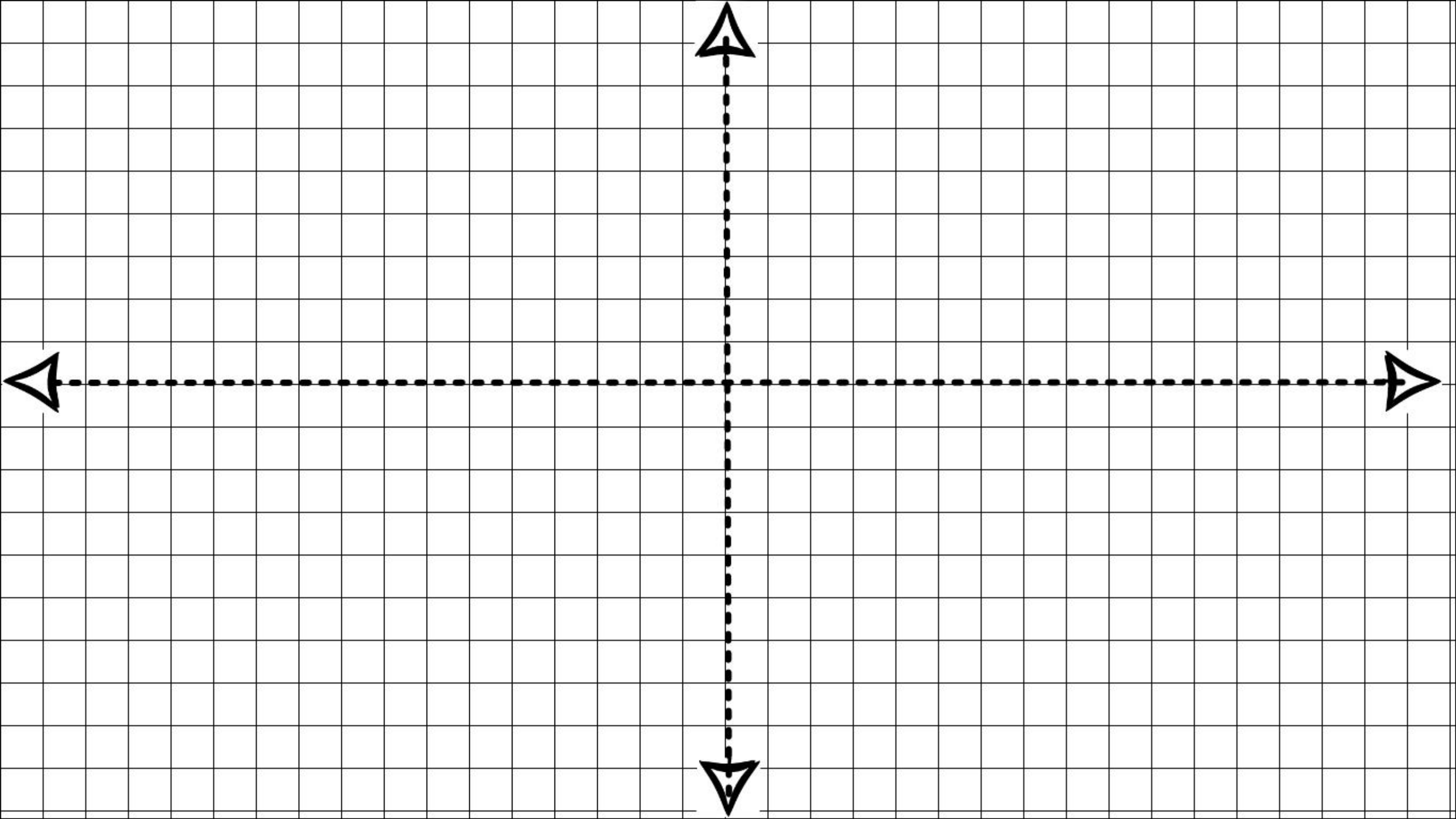
ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.

ج) حدّد مجال الدالة ومداهما.

تقویم  
مثل كل دالة فيما يأتي بيانًا:

$$٥٥ (ب) د(س) = ٣س - ٢س + ٢$$





# حل المعادلات التربيعية بيانياً



ملخص مفهوم

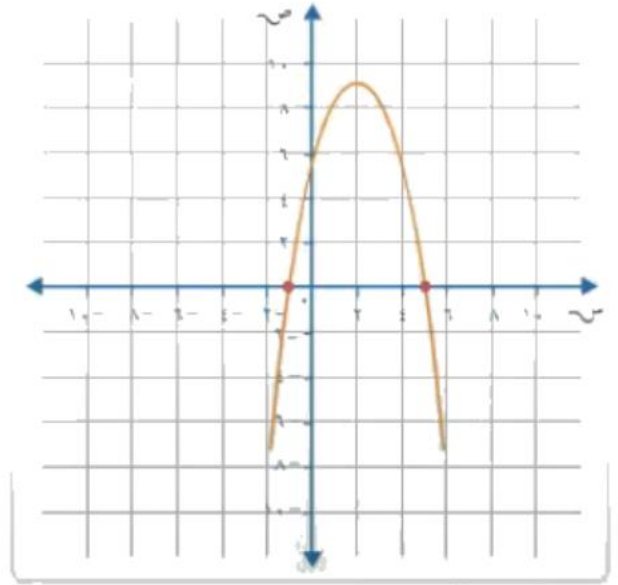
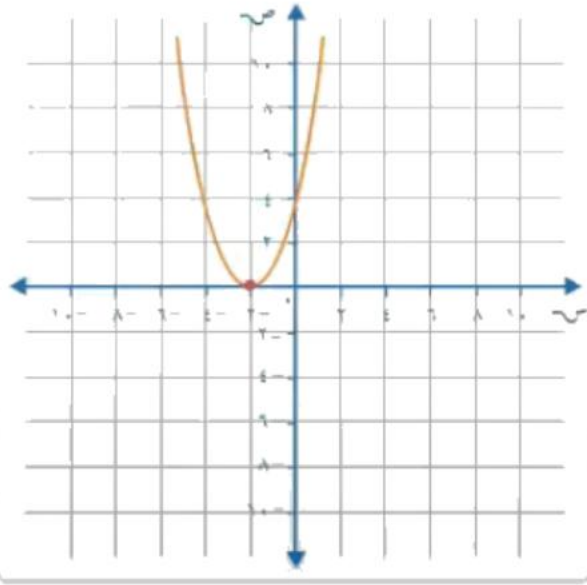
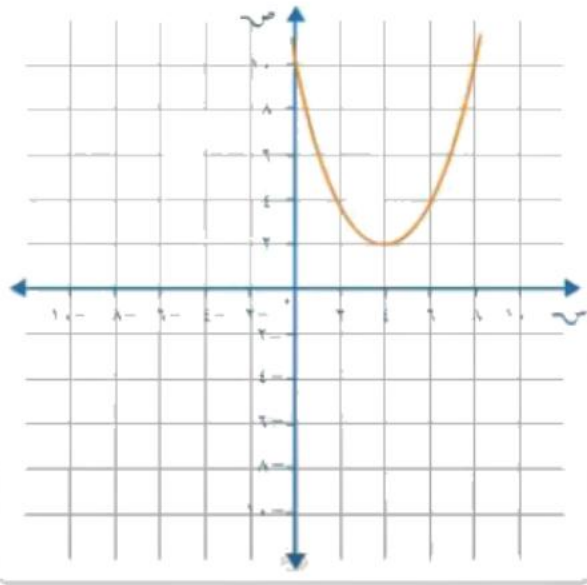
حلُّ المعادلة التربيعية هو إيجاد جذور المعادلة

لا توجد حلول حقيقية

حلٌّ حقيقيٌّ وحيدٌ (الجذرُ المُكرَّر)

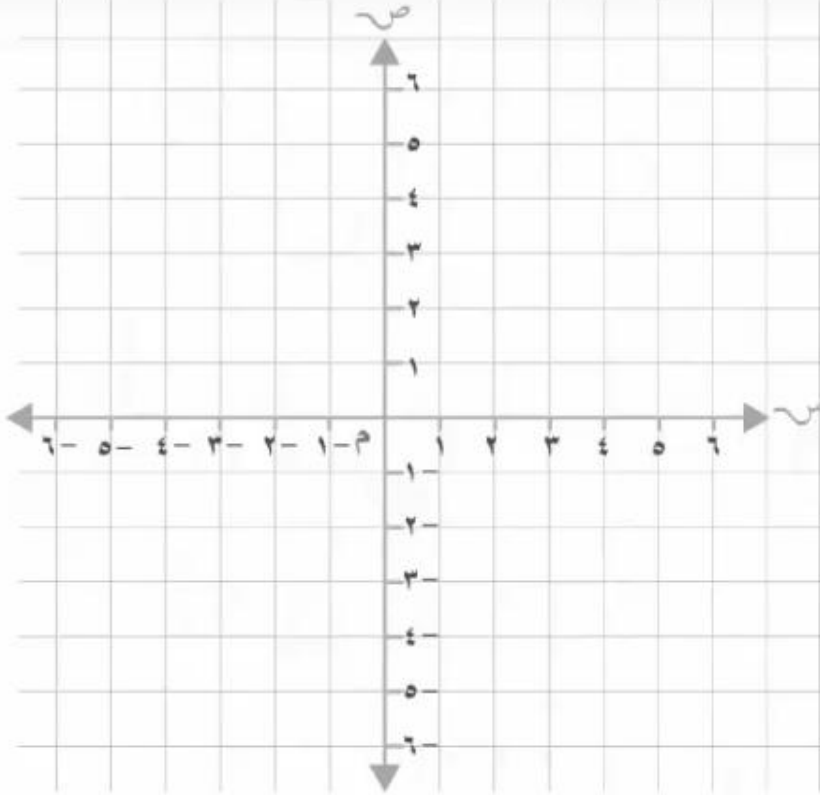
حلان حقيقيان مختلفان

هو عندما يكون المقطع السيني الوحيد للمقطع المكافئ هو رأسه، ويكون الجذران هما العدد نفسه



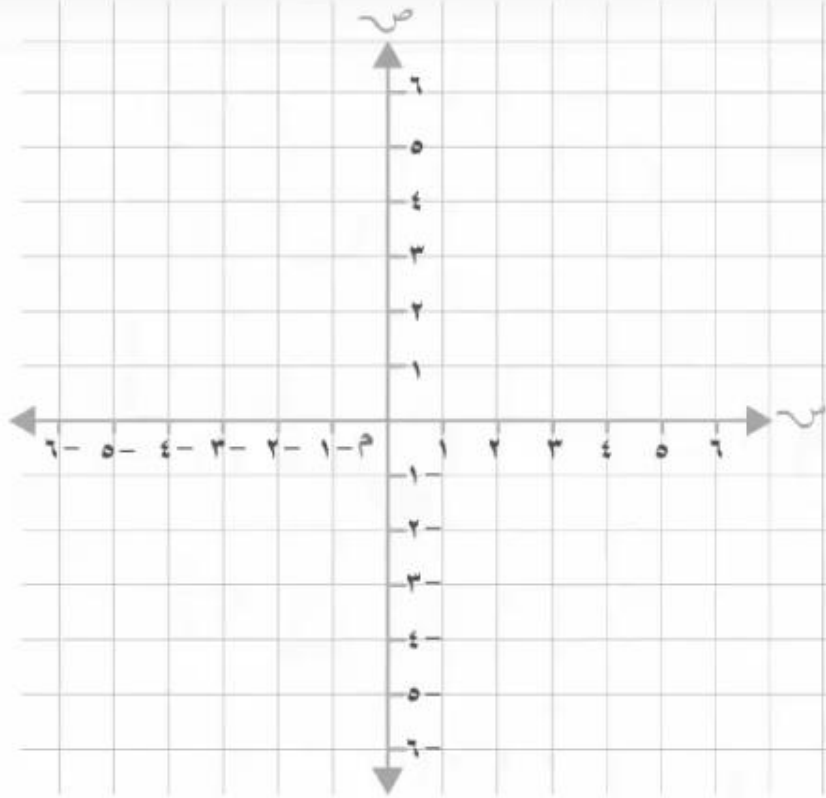
# تقوية حل كل معادلة فيما يأتي بياناً:

$$(1) \text{ س}^2 + 3\text{س} - 10 = 0$$



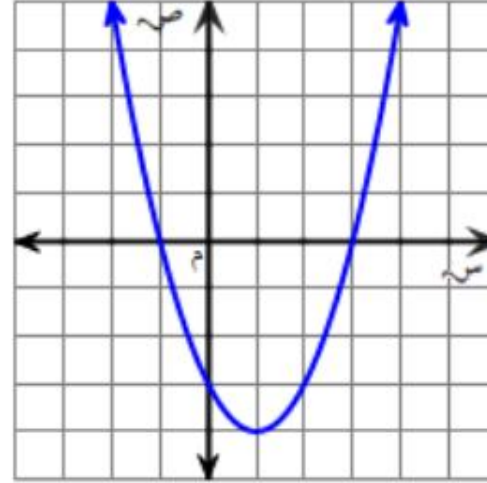
# تقوية حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

(٣)  $s^2 + 4s - 4 = 0$



اختر الإجابات الصحيحة ( هناك أكثر من إجابة صحيحة )

إذا كان التمثيل البياني أدناه يمثل الدالة المرتبطة بمعادلة تربيعية ، فإن حلول المعادلة التربيعية هي :



١-

٣-

٤-

١

٢

٣

# حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

ملخص مفهوم



$$4س^2 - 20س + 25 = 0$$

(? ± ?)

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

إكمال المربع  $س^2 + ب س$

$$س^2 + 6س + ج$$

٢ خوارزمية إكمال المربع

$$س^2 + 6س + ج$$

↑      ↓  
9      3  
تربيع

$$س^2 + 6س + 9$$

$$(س + 3)^2$$

١ بطاقات الجبر

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| س | س | س | س |
|   |   |   | س |
|   |   |   | س |
|   |   |   | س |

9 بطاقات

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| س | س | س | س |
|   |   |   | س |
|   |   |   | س |
|   |   |   | س |

حل معادلة بإكمال المربع

$$7 = س^2 + 6س$$

↑      ↓  
9      3  
تربيع

$$9 + 7 = 9 + س^2 + 6س$$

$$16 = (س + 3)^2$$

$$س ± 3 = 4$$

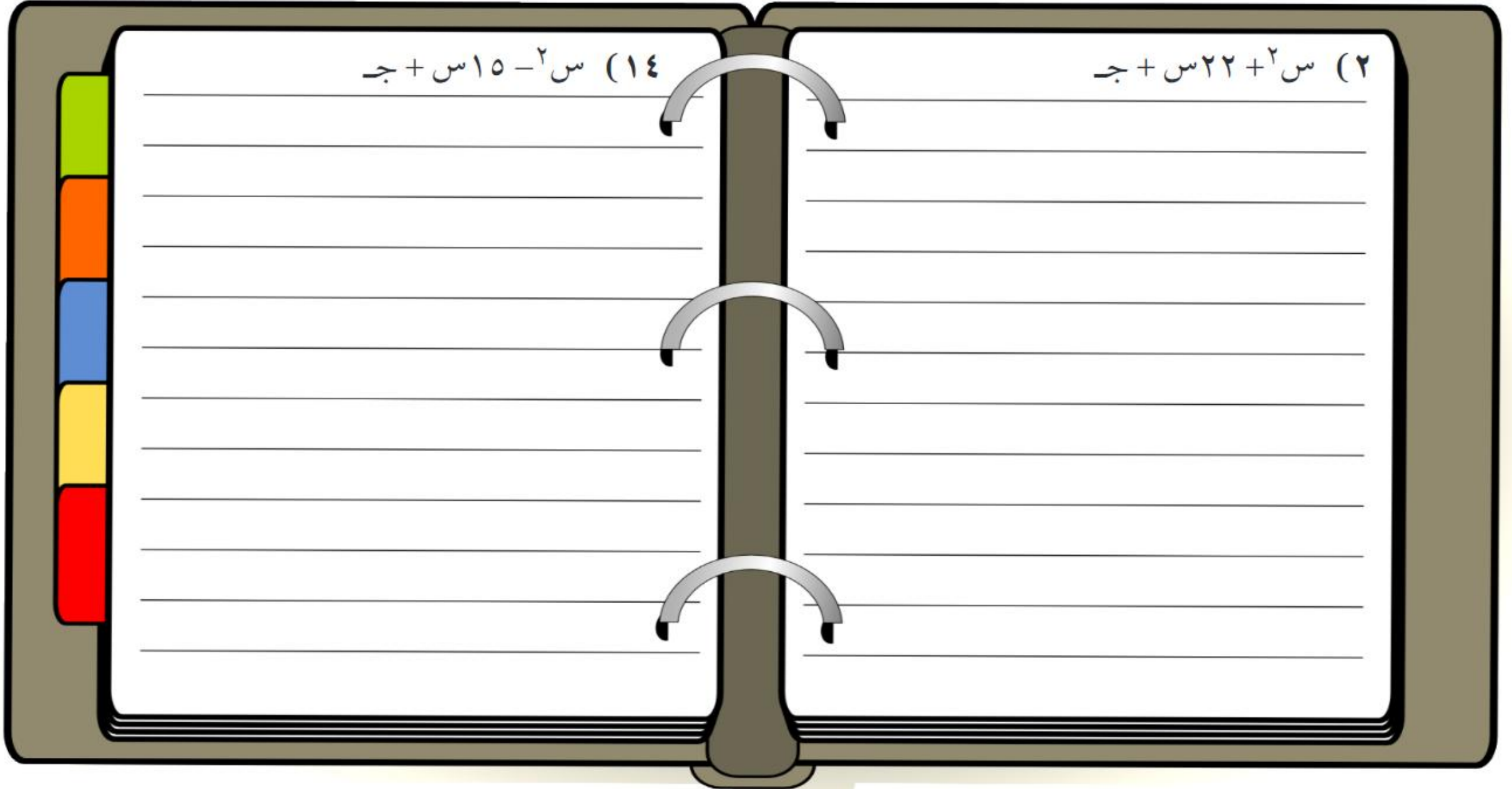
$$\{1, 7\} = ح$$



أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملًا:

$$(14) \text{ س}^2 - 15 \text{ س} + \text{جـ}$$

$$(2) \text{ س}^2 + 22 \text{ س} + \text{جـ}$$



حلّ كلّ معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$(٨) \quad ٤ = ٢٢ + ١٠س + ٢س^٢$$

$$(٢١) \quad ١٥ = ٨١ + ١٢س + ٣س^٢$$

هندسة : أوجد قيمة س في كل شكل مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا: (م: المساحة)

$$(٢٤) م = ١١٠ سم^٢$$



(س + ٥) سم

٢ سم

# حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

ملخص مفهوم

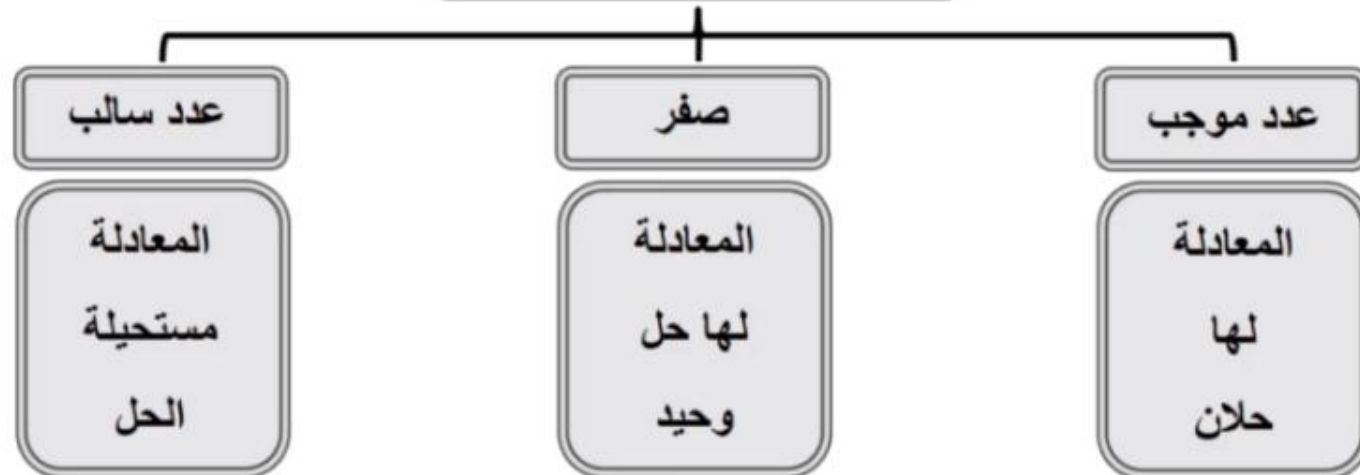


## القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ ا ج}}{٢ ا}$$

## المميز

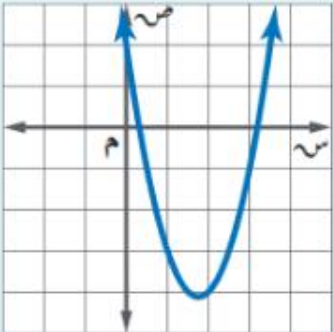
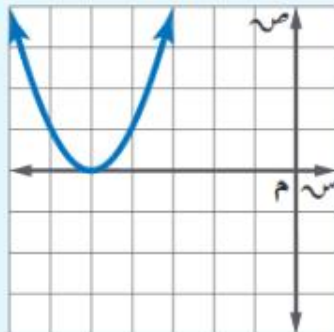
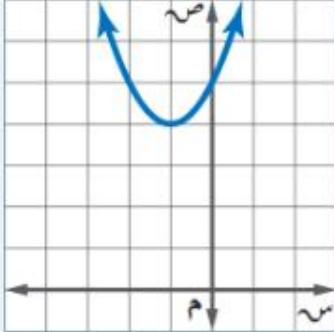
$$\text{المميز} = ب^2 - ٤ ا ج$$



ويمكنك تلخيص طرق حل المعادلات التربيعية في ملخص المفهوم الآتي :

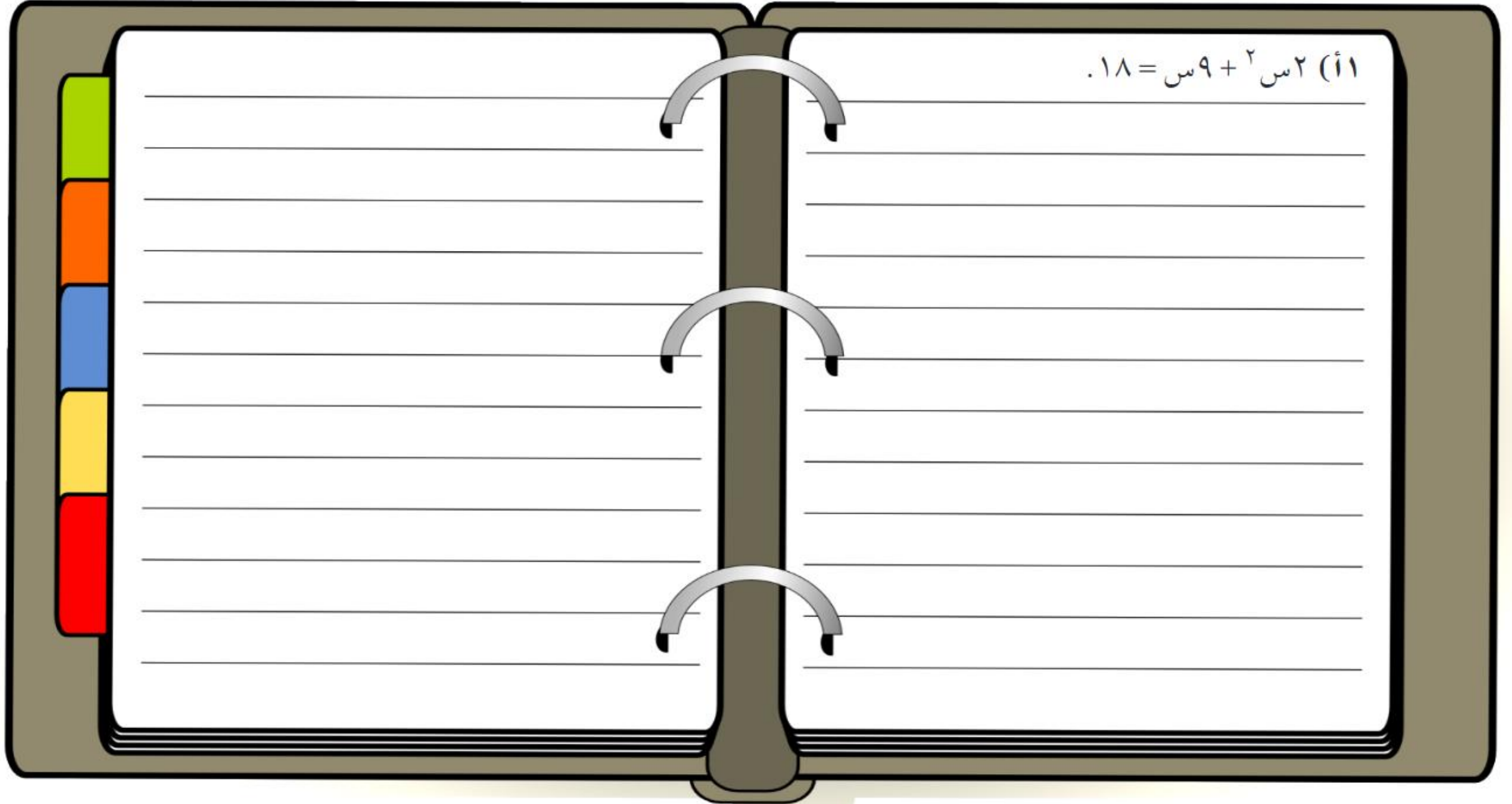
| ملخص المفهوم                 | حل المعادلات التربيعية   | أضف إلى مطويتك |
|------------------------------|--|----------------|
| الطريقة                      | متى يُفضل استعمالها؟   |                |
| التحليل إلى عوامل            | تستعمل إذا كان الحد الثابت صفرًا، أو إذا كان من السهل تحديد العوامل فليست جميع المعادلات قابلة للتحليل.                        |                |
| التمثيل البياني              | تستعمل عندما يكون الحل التقريبي مقبولاً.   |                |
| استعمال خاصية الجذر التربيعي | تستعمل إذا كانت المعادلة مكتوبة على الصورة $س^2 = ن$ أو $س^2 = (س-هـ)$   |                |
| إكمال المربع                 | يمكن استعمالها لأية معادلة على الصورة: $أس^2 + ب س + ج = ٠$ ، إلا أنه من الأسهل استعمالها إذا كان $ب$ عددًا زوجيًا و $أ = ١$ . |                |
| القانون العام                | يمكن استعمالها لأية معادلة على الصورة: $أس^2 + ب س + ج = ٠$ .  |                |

**المميز:** في القانون العام، تُسمى العبارة التي تحت الجذر (ب<sup>2</sup> - 4أج) **المميز**، ويمكنك استعماله لتحديد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية.

| أضف إلى<br>مطوبتك  |   | استعمال المميز   |                          | مفهوم أساسي         |
|--|---|--|--------------------------|---------------------|
| $2س^2 - 7س + 2 = 0$  | $س^2 + 10س + 25 = 0$  | $س^2 + 2س + 5 = 0$   | المعادلة                 |                     |
| $ب^2 - 4أج = 33$<br>موجب   | $ب^2 - 4أج = 0$<br>صفر  | $ب^2 - 4أج = -16$<br>سالب  | المميز                   |                     |
|  |  |  | تمثيل الدالة<br>المرتبطة |                     |
| عدد المقاطع السينية = 2  | عدد المقاطع السينية = 1   | عدد المقاطع السينية = 0  |                          |                     |
| 2  | 1   | 0  |                          | عدد الحلول الحقيقية |

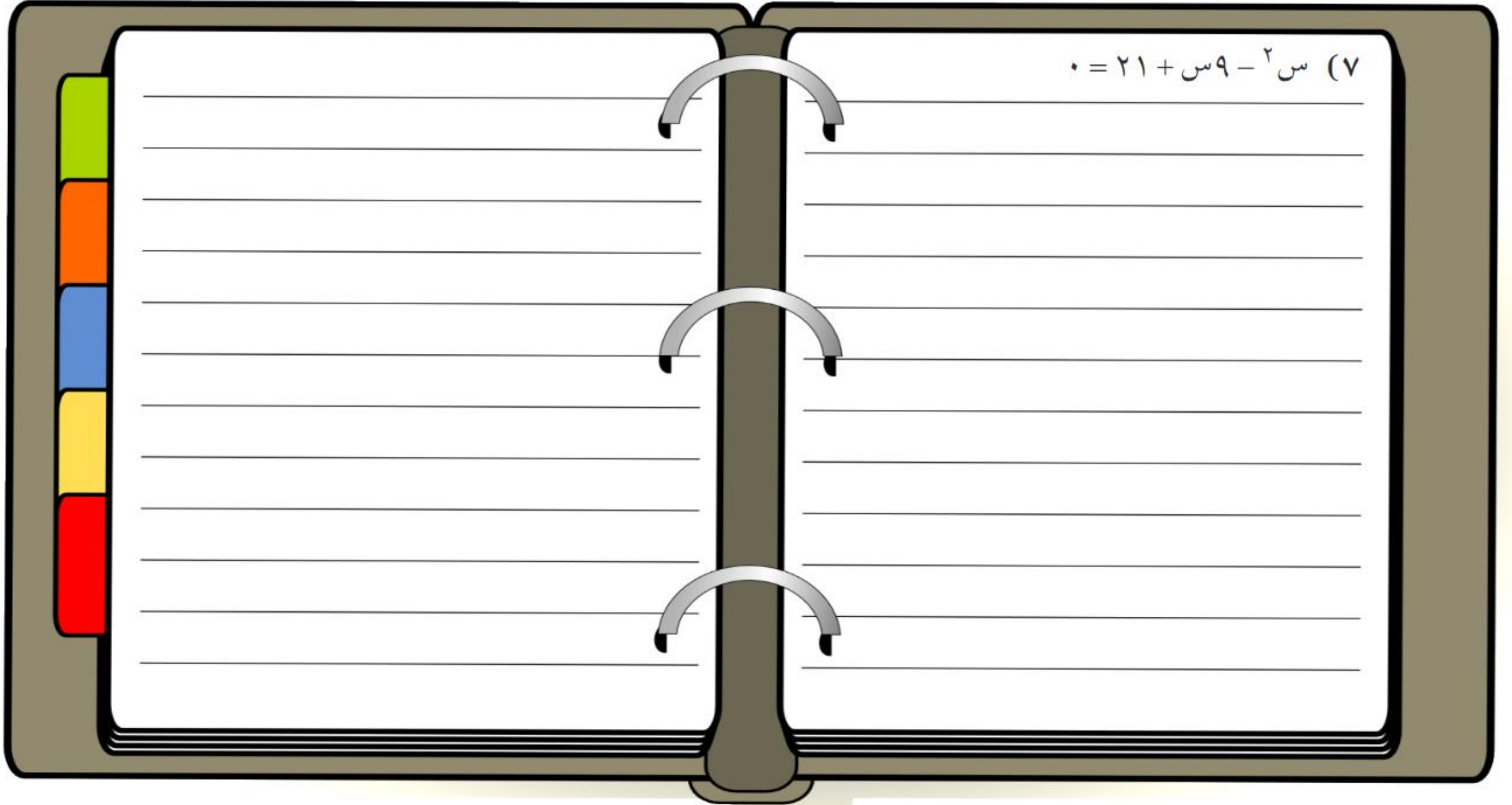
تقوية حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقرَّبًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$(أ) 2س^2 + 9س = 18.$$



تقوية أوجد قيمة المميز لكل معادلة فيما يأتي، ثم حدّد عدد حلولها الحقيقية:

$$(٧) \text{ س}^٢ - ٩\text{س} + ٢١ = ٠$$





# الباب التاسع



# تبسيط العبارات الجذرية

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

ملخص مفهوم

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \sqrt{a}$$

استخدام خاصية  
قسمة الجذور  
التربيعية

استخدام خاصية  
ضرب الجذور  
التربيعية

تبسيط العبارة  
الجذرية

إنطاق المقام  
بضرب كل من البسط  
والمقام بمرافق  
المقام

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

العبارات الجذرية

$s + \sqrt{3}$

- لا يكون أي من عوامله مربعاً كاملاً
- لا يتضمن كسوراً
- لا يظهر أي جذر في مقام الكسر

$$\sqrt{4 \times 13} = \sqrt{52}$$

$$\sqrt{13} \sqrt{4} =$$

تبسيط العبارات الجذرية

خاصية ضرب الجذور

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

خاصية قسمة الجذور

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$


1

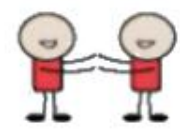
$$\frac{1}{\sqrt{12} + 4}$$

إنطاق المقام

5

$$\frac{5}{\sqrt{2}}$$


مرافق



$$\sqrt{12} - 4$$

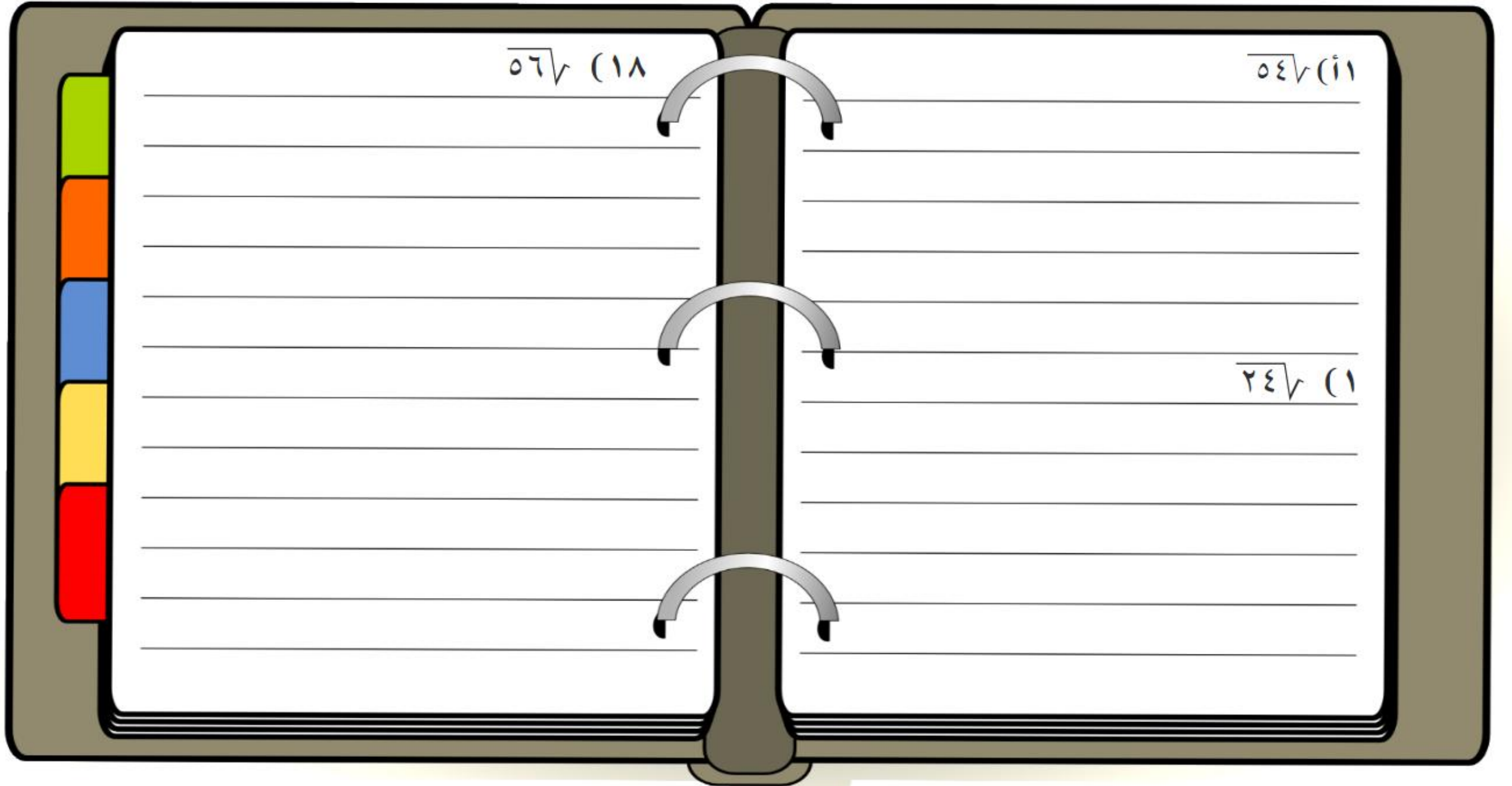
$$\frac{1}{\sqrt{12} + 4} \times \frac{(\sqrt{12} - 4)}{(\sqrt{12} - 4)}$$

$$\frac{\sqrt{12} - 4}{12 - 16} = \frac{\sqrt{12} - 4}{-4}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

تقوية بسط كل عبارة فيما يأتي:



تقوية بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$\overline{15} \times \overline{5} \quad (23)$$

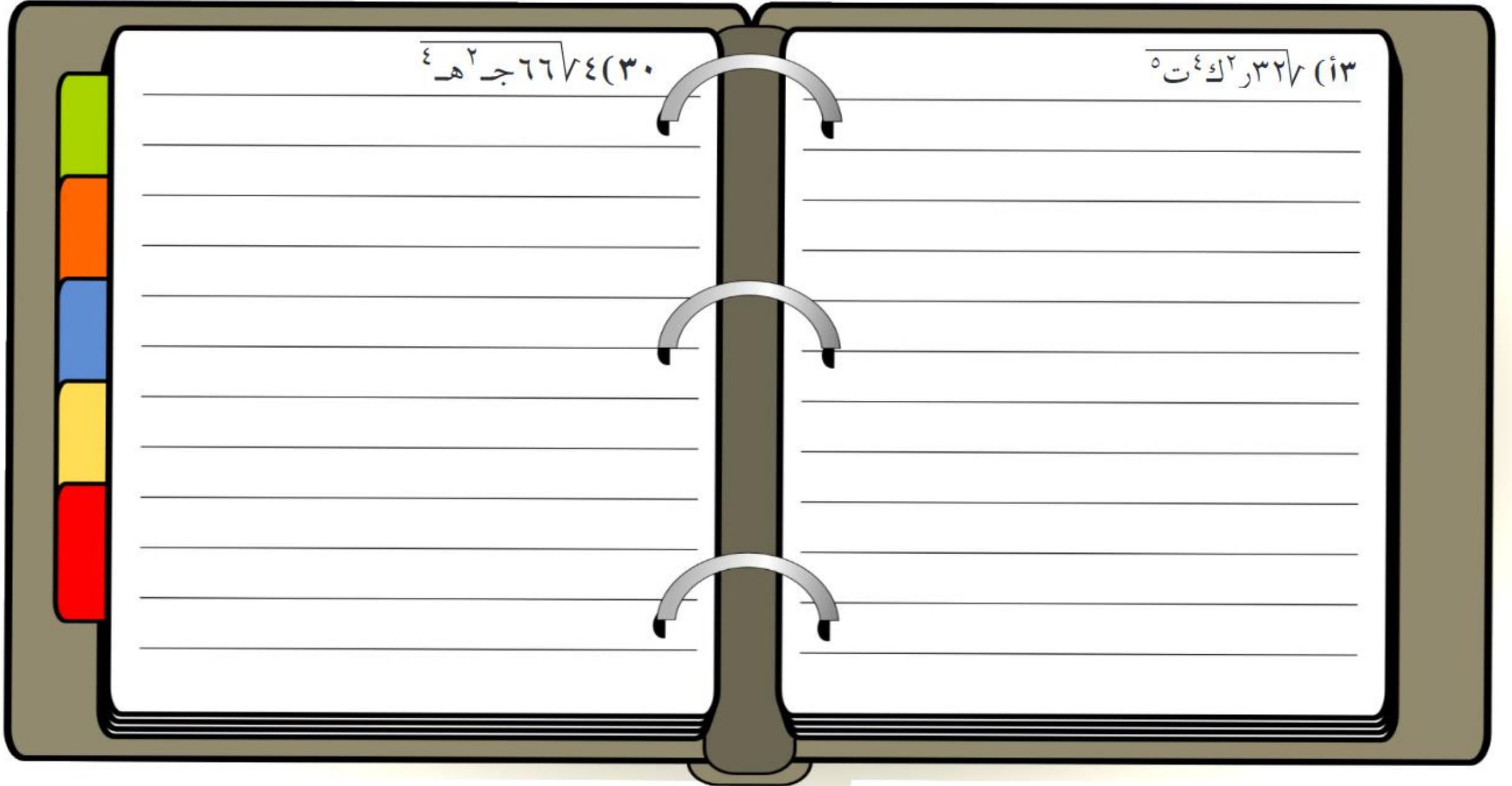
$$\overline{8} \times \overline{6} \quad (2ب)$$

$$\overline{14} \times \overline{10} \quad (4)$$

تقويہ بسط كل عبارة فيما يأتي:

٣٠ (٤٦٦٦ ج ٢ هـ ٤

١٣ (٣٢٢ ر ٢ ك ٤ ت ٥



١٠ اختيار من متعدد: بسّط العبارة  $\sqrt{\frac{٤٥}{١٠}}$

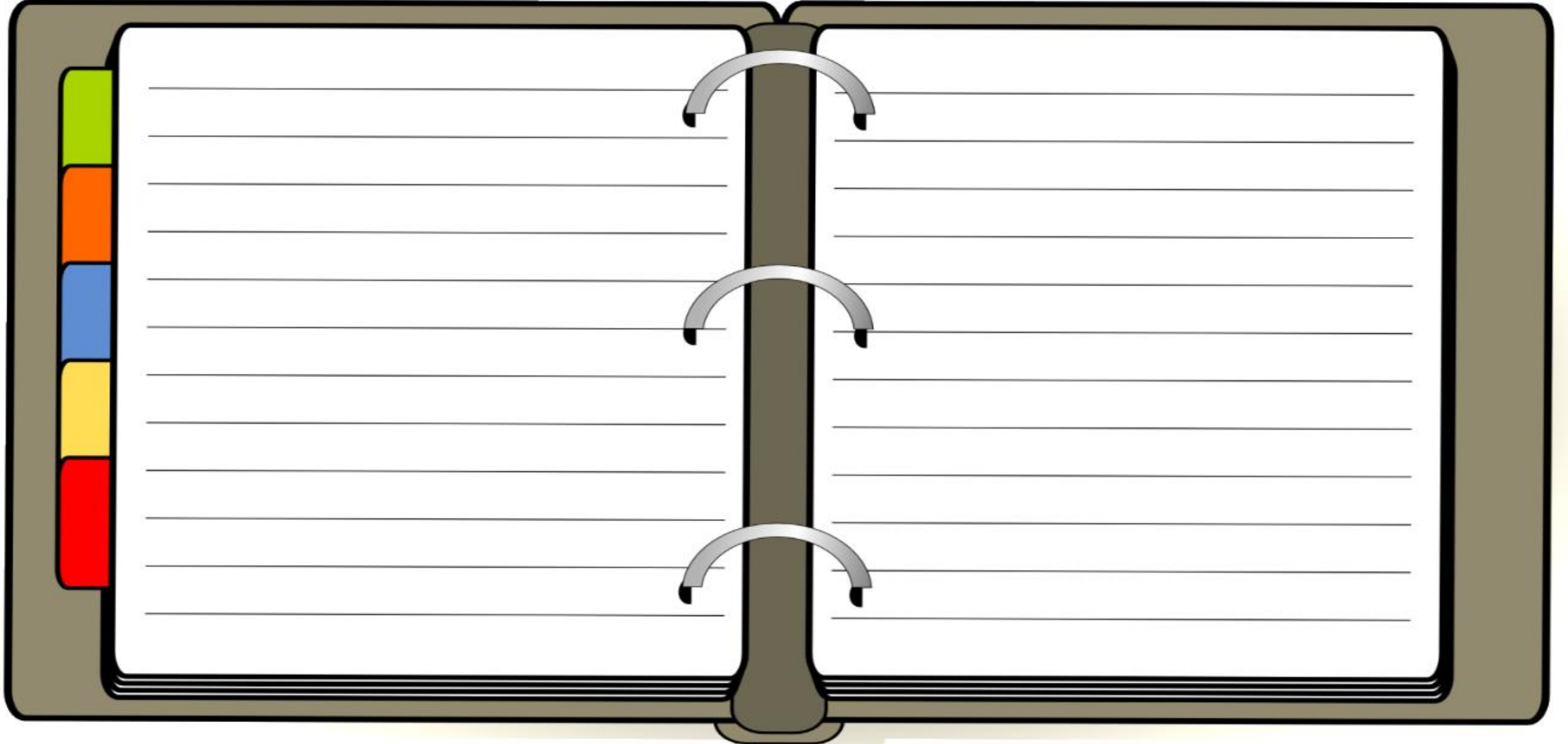
تقوية

(د)  $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(ج)  $\frac{\sqrt{٥٠}}{١٠}$

(ب)  $\frac{\sqrt{٤٥}}{١٠}$

(أ)  $\frac{\sqrt{٥}}{١٠}$

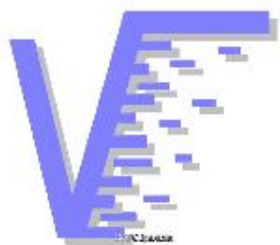


$$\frac{9}{\sqrt{8}-6} \quad (37)$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}+2} \quad (15)$$



# العمليات على العبارات الجذرية



العبارات الجذرية متشابهة

جمع العبارات الجذرية وطرحها

$$\begin{aligned} & \sqrt{4} + \sqrt{0} - \sqrt{3} \\ & \sqrt{(4+0-3)} = \\ & \sqrt{1} = \end{aligned}$$

**✗ العبارات الجذرية**

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \times \sqrt{7} \times \sqrt{2} \\ & \sqrt{18} \times \sqrt{14} = \\ & \sqrt{252} = \end{aligned}$$

نيسط الجذور

$$\begin{aligned} & \sqrt{24} + \sqrt{30} \\ & \sqrt{6 \times 4} + \sqrt{6 \times 5} \\ & \sqrt{6} \times \sqrt{4} + \sqrt{6} \times \sqrt{5} \\ & \sqrt{6} \times \sqrt{16} = \end{aligned}$$

جمع وطرح الجذور غير المتشابهة



نجمع



أضف إلى

مطويتك

## ملخص المفهوم

### العمليات على العبارات الجذرية

| العملية                          | الرموز   | مثال   |
|----------------------------------|--|--|
| الجمع،<br>• $\leq$ ب             | $\sqrt{أ} + \sqrt{ب} = \sqrt{أ + ب}$<br>ما تحت الجذرين متشابه              | $\sqrt{3}(6 + 4) = \sqrt{3}6 + \sqrt{3}4$<br>$\sqrt{3}10 =$                        |
| الطرح،<br>• $\leq$ ب             | $\sqrt{أ} - \sqrt{ب} = \sqrt{أ - ب}$<br>ما تحت الجذرين متشابه              | $\sqrt{5}(8 - 12) = \sqrt{5}8 - \sqrt{5}12$<br>$\sqrt{5}4 =$                       |
| الضرب،<br>• $\leq$ ب، • $\leq$ ج | $(\sqrt{أ})(\sqrt{ب}) = \sqrt{أب}$<br>ليس من الضروري تشابه ما تحت الجذرين. | $(\sqrt{7} \times \sqrt{2})(5 \times 3) = (\sqrt{7}5)\sqrt{2}3$<br>$\sqrt{14}15 =$ |

تقوية بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$(١٣) \quad \sqrt[3]{٧٥} + \sqrt[2]{٧٣} + \sqrt[2]{٧٢} - \sqrt[3]{٧٧}$$

$$(١٠) \quad \sqrt[11]{٩} - \sqrt[11]{٢} + \sqrt[11]{٦}$$

$$(١١) \quad \sqrt[6]{٩} + \sqrt[6]{٢}$$

تقوية  
بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27} \quad (6)$$

$$\sqrt{24} + \sqrt{54} \quad (12)$$

$$\sqrt{20} + \sqrt{5} \quad (3)$$

تقوية  
بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{2}$$

# المعادلات الجذرية



## المعادلات الجذرية

معادلة تحتوي على مُتغيّرات تحت الجذرِ

$$ب = \sqrt{أ}$$

طريقة الحلّ:

لإيجاد حلّ المعادلة الجذرية نجعل المُتغيّر الموجود تحت الجذر وحده في أحد طرفي المعادلة ثم نربع طرفي المعادلة للتخلص من الجذر

$$ب^2 = (\sqrt{أ})^2$$

القيم التي تحقق المعادلة الأصلية

حلّ المعادلة

القيم التي لا تحقق المعادلة الأصلية

حلّ دخيل

تقوية  
حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(4) \quad 6 = 5 + \sqrt{3 - 3}$$

$$(2) \quad 21 = 1 + \sqrt{10}$$

تقوية

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$3 + \sqrt{t} = 5$$

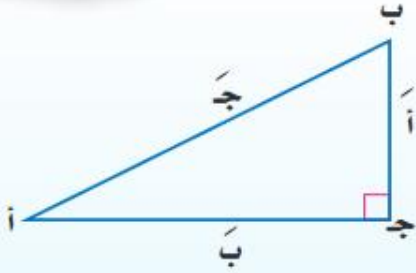
$$5 - \sqrt{3s} = 5 - s$$



## نظرية فيثاغورس

أضف إلى

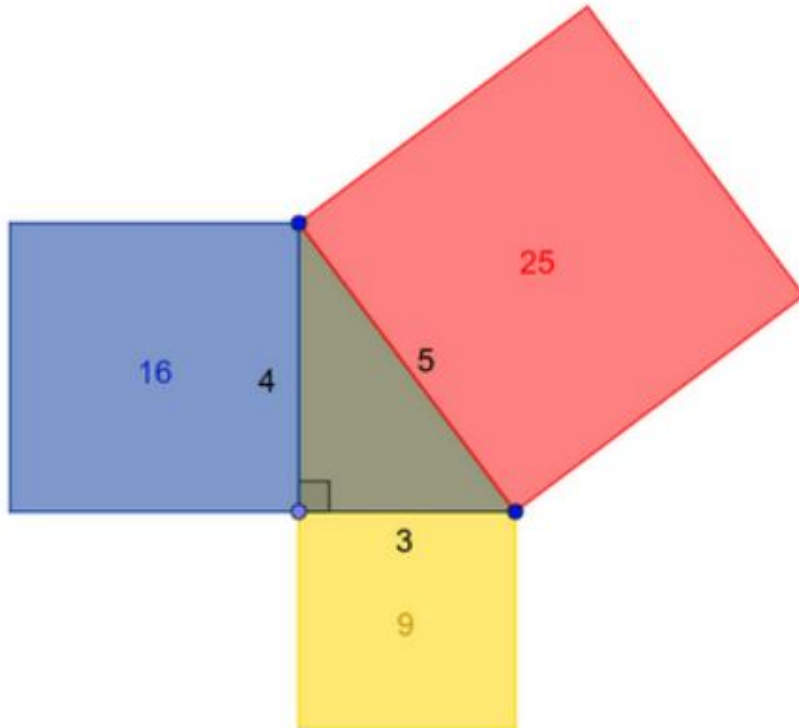
مطويتك



التعبير اللفظي: إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعيه (ساقيه).

$$ج^2 = ا^2 + ب^2$$

الرموز:



### إرشادات للدراسة

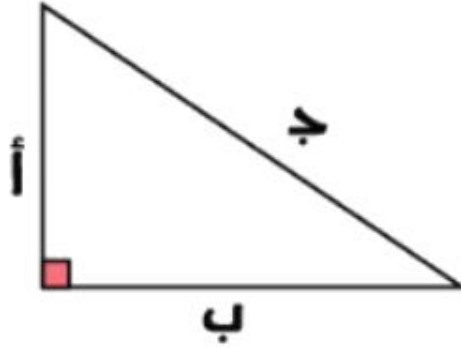
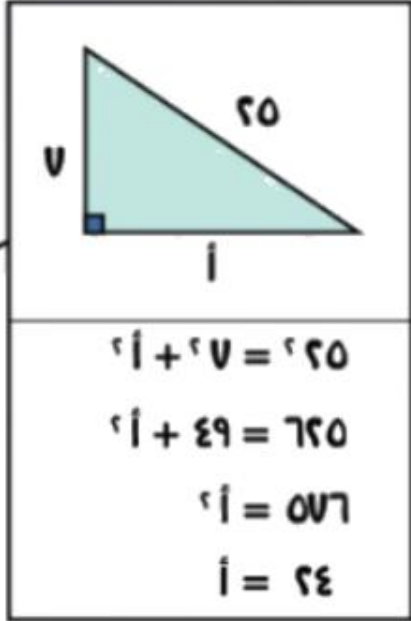
في المثلث أ ب ج يُرمز للضلع المقابل للزاوية أ بالرمز أ، والمقابل للزاوية ب بالرمز ب، والمقابل للزاوية ج بالرمز ج.

# نظرية فيثاغورس

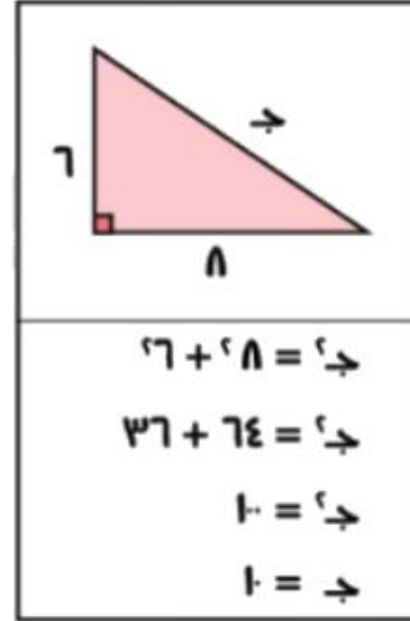
ملخص مفهوم



طول ضلع  
المثلث



طول الوتر



ثلاثة أعداد صحيحة  
موجبة تحقق

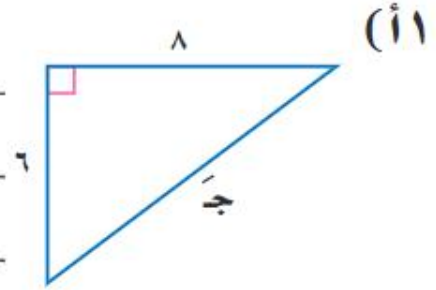
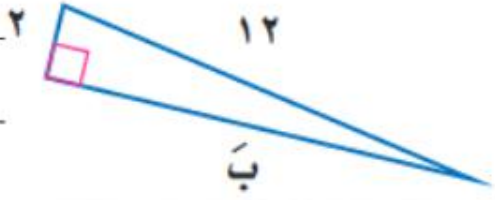
$$\angle B + \angle A = \angle 5$$

ثلاثية فيثاغورس

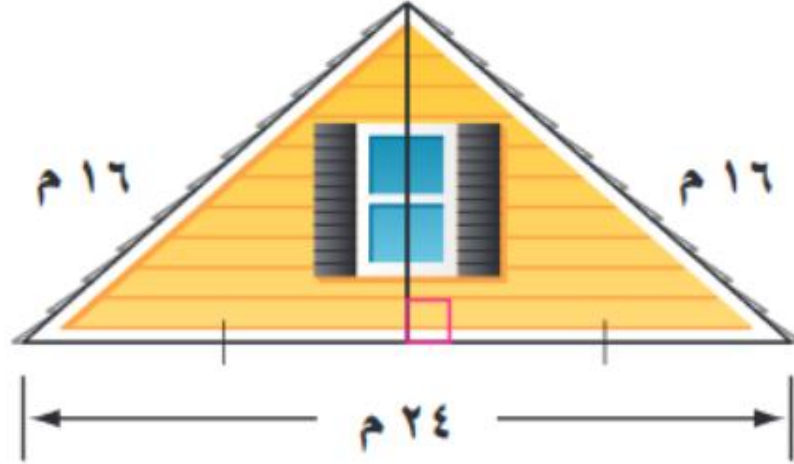
$$\angle 4 + \angle 3 = \angle 5$$
$$16 + 9 = 25$$

5 ، 4 ، 3

أوجد طول الضلع المجهول في كلٍّ مثلث ممّا يأتي، وقرّب الحل إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم الأمر:



(٢٥) منزل: يمثل الشكل المجاور الواجهة العلوية لمنزل عرضها ٢٤ مترًا، وطولا الضلعين المائلين لها ١٦ مترًا. أوجد ارتفاع الواجهة مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.



تقوية حدّد إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا:

(٢٠) ٩٨ ، ٣٣ ، ١٧

(١٣) ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠



# المسافة بين نقطتين

ملخص مفهوم



المسافة بين نقطتين

$$f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

احداثي منتصف قطعة مستقيمة

$$m = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

تقوية أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

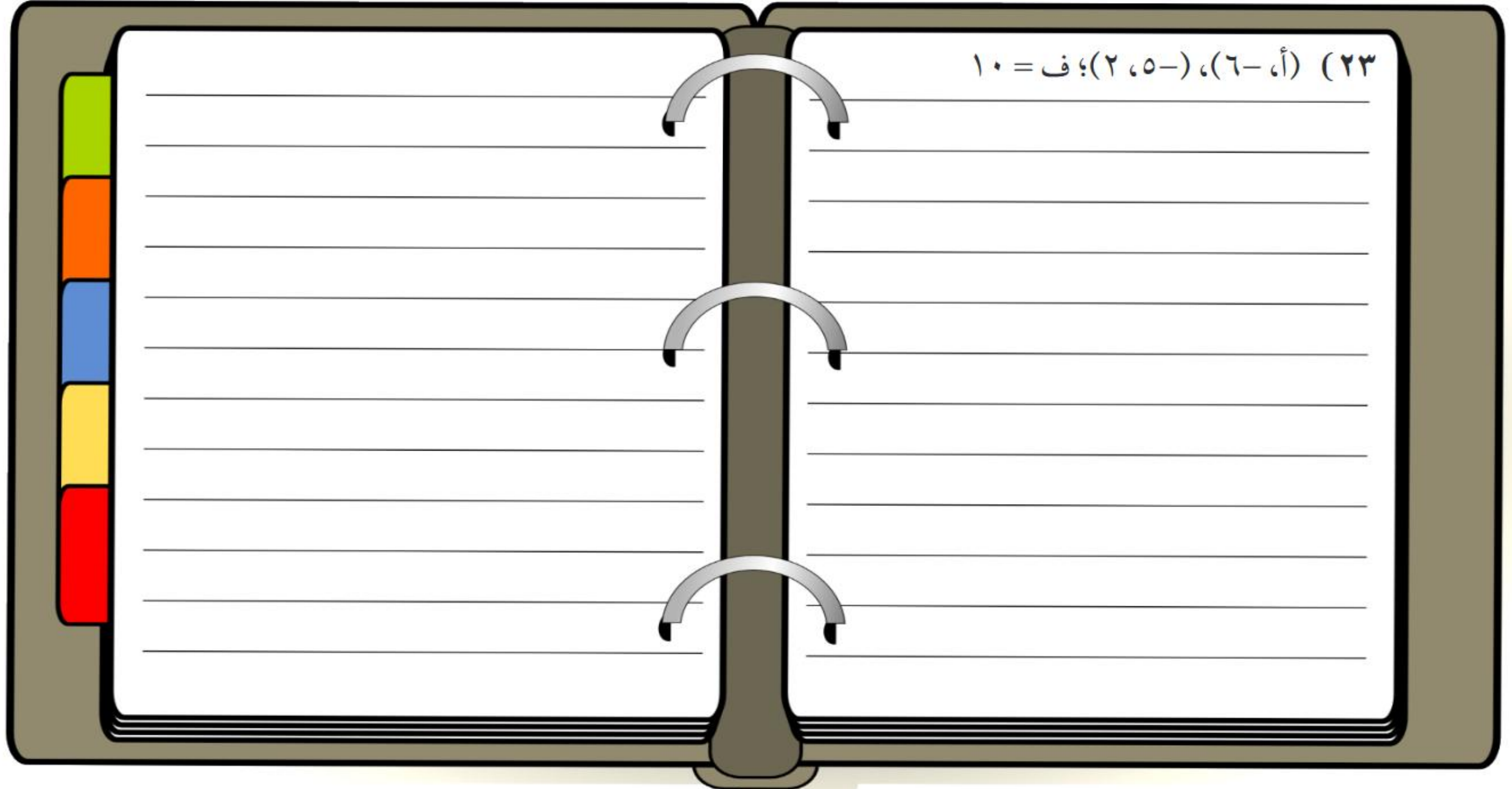
(٢٠) (٣-،٥)، (٥،٣-)

(٢) (٦-،٣-)، (٨،٤)



تقوية أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ)، مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما:

(٢٣) (أ، ٦-)، (٥-، ٢)؛ ف = ١٠





تقوية أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين فيما يأتي:

(٢٩) (٣-، ١٠-)، (٥-، ٨-)

(١٠) (٢-، ٢-)، (٢، ٦)



# المثلثات المتشابهة

ملخص مفهوم



## المثلثات المتشابهة

قياسات أضلاعها المتناظرة متناسبة

$$\frac{أج}{دو} = \frac{بج}{هو} = \frac{أب}{ده}$$



$$\triangle أ ب ج \sim \triangle د ه و$$

قياسات زواياها المتناظرة متساوية

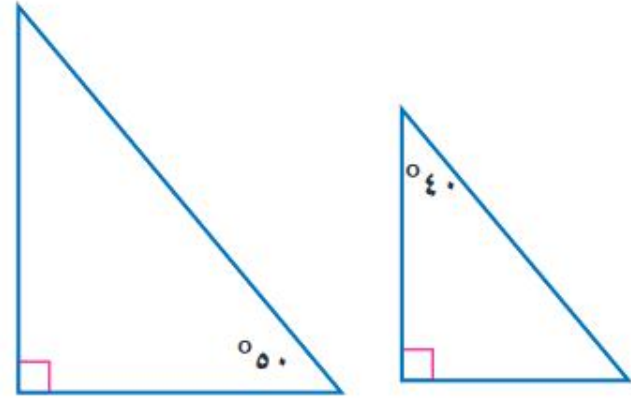
$$\angle أ = \angle د$$

$$\angle ب = \angle ه$$

$$\angle ج = \angle و$$

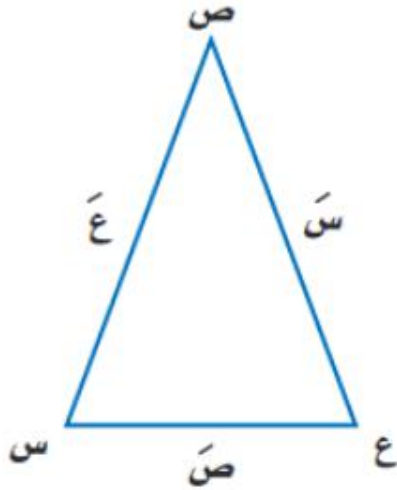
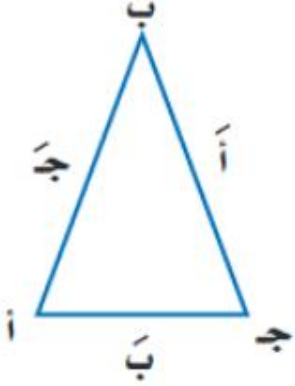
تقوية حدّد ما إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:

(١)



تقوية إذا كان  $\Delta$  أ ب ج  $\sim \Delta$  س ص ع، فأوجد قياسات العناصر المجهولة:

(٤) س = ٩، ص = ١٥، ع = ٢١، ج = ٧



## النسب المثلثية

ملخص مفهوم



النسبة المثلثية:  
هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم

$$\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}} = \text{ظل الزاوية أ}$$

TAN

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \text{ظا أ}$$

$$\frac{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{الوتر}} = \text{جيب تمام الزاوية أ}$$

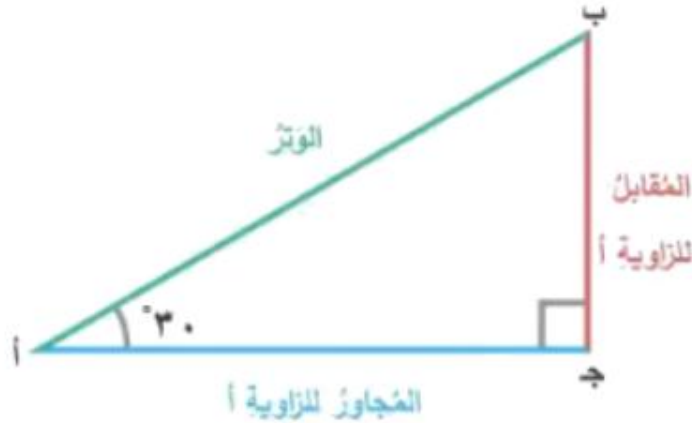
COS

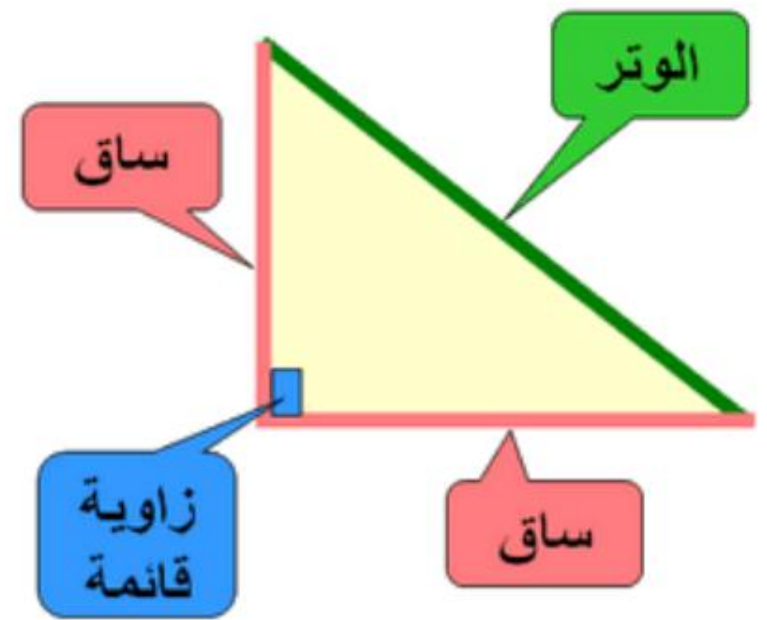
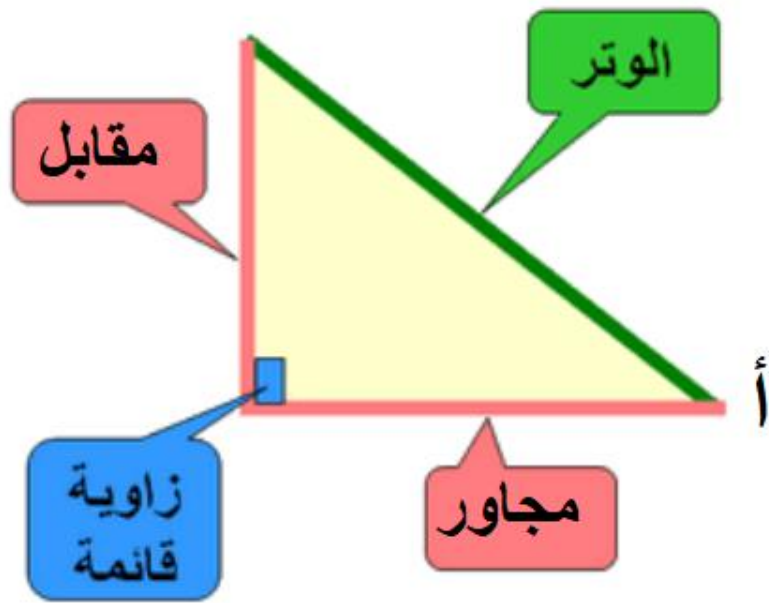
$$\frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \text{جتا أ}$$

$$\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الوتر}} = \text{جيب الزاوية أ}$$

SIN

$$\frac{\text{أ}}{\text{ج}} = \text{جا أ}$$



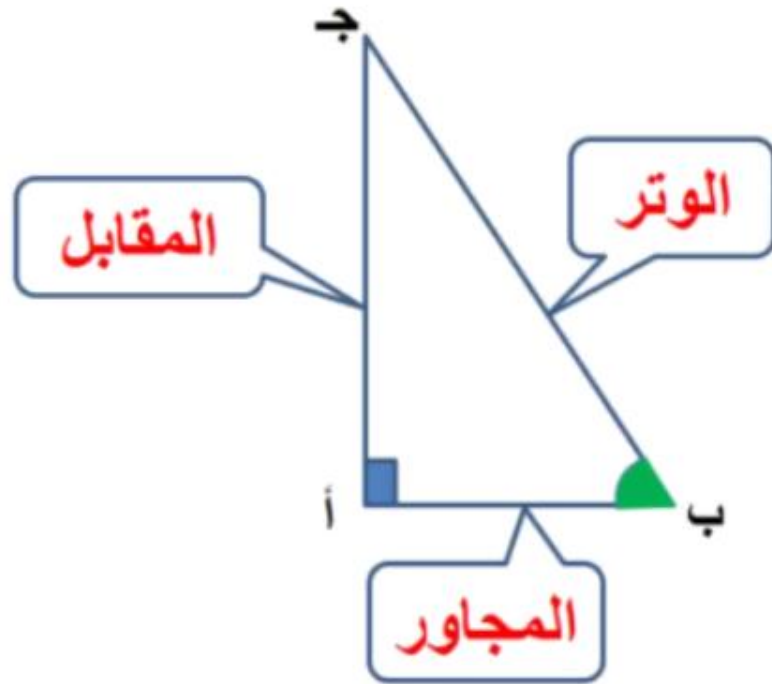


## النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

حساب المثلثات : هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه .

النسب المثلثية : هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين في المثلث القائم الزاوية .

النسب المثلثية الشائعة : الجيب ، جيب التمام ، الظل



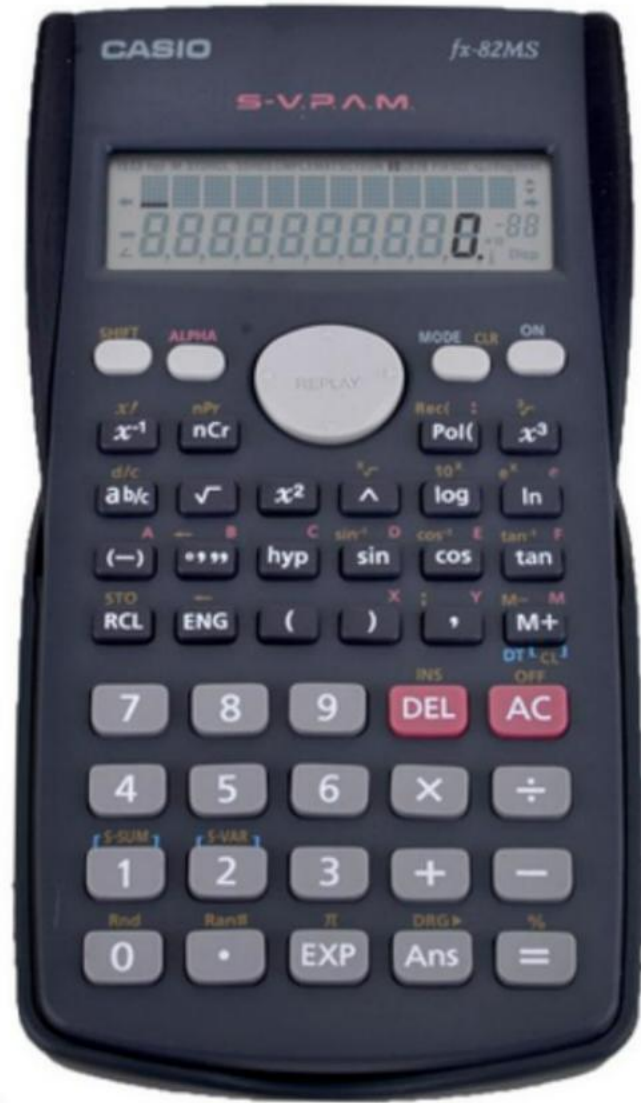
$$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \text{جا ب}$$

$$\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \text{جتا ب}$$

$$\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \text{ظا ب}$$

# النسب المثلثية

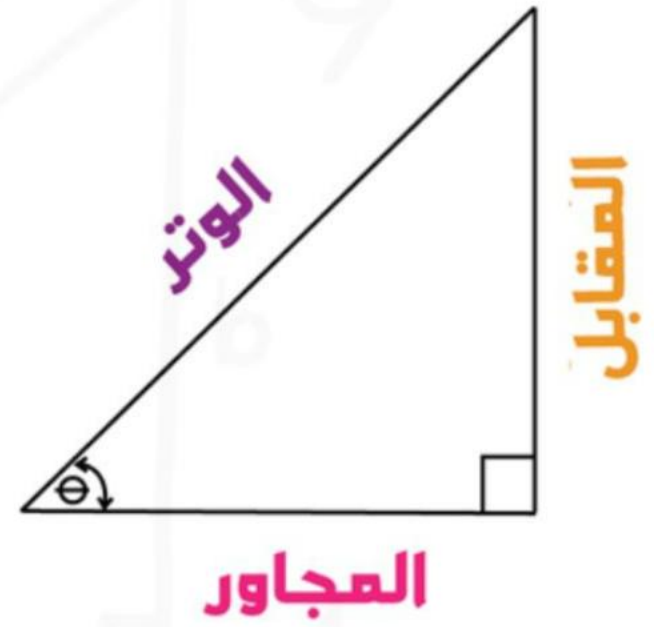
## كيفية استعمال الآلة الحاسبة



$$\sin \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$



**SIN** جيب الزاويه

**COS** جيب تمام الزاويه

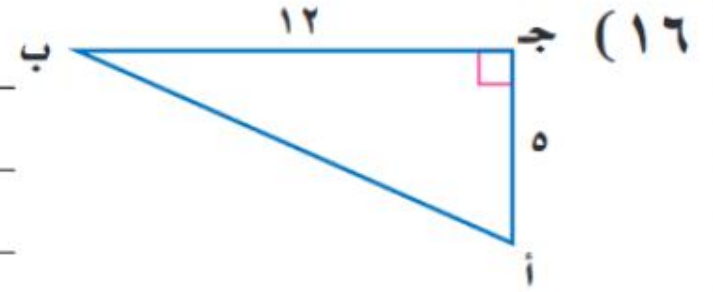
**TAN** ظل الزاويه

**جا**  
**جتا**  
**ظا**

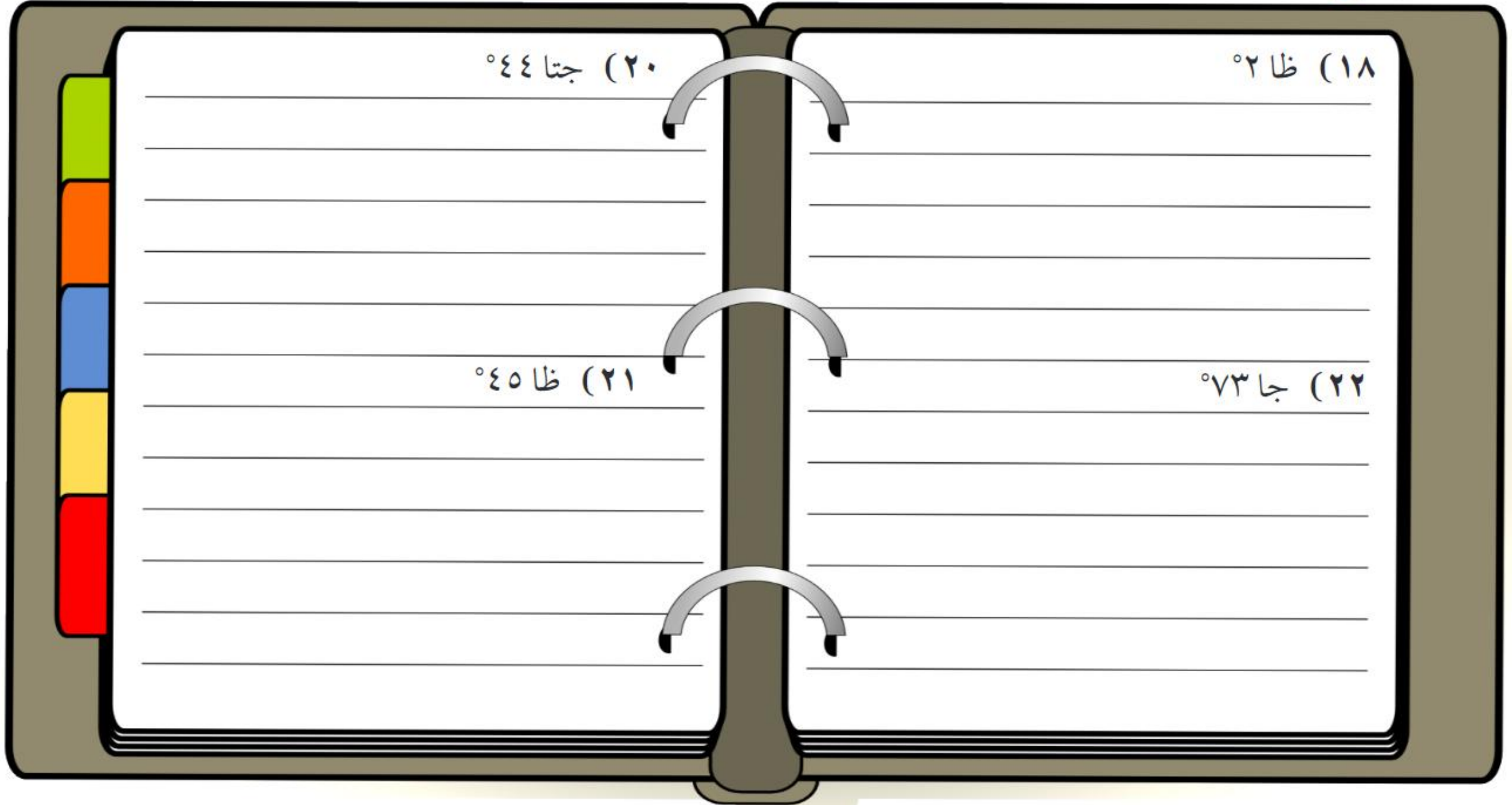




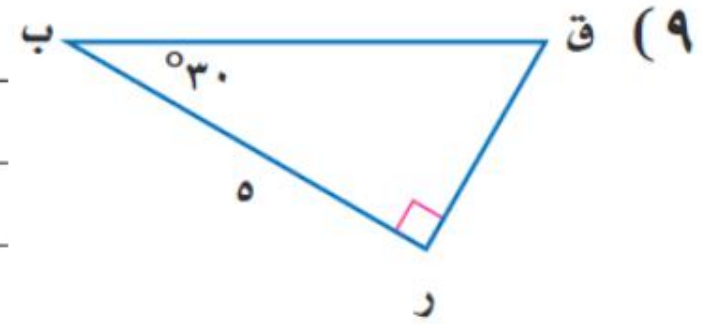
تقوية أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب في كلِّ مما يأتي:



تقوية استعمال الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:



تقوية حل كل مثلث قائم فيما يأتي مقرباً طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة:

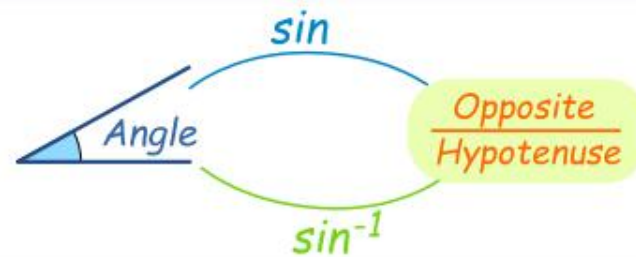


(٢٩) سلم كهربائي: يبلغ طول السلم الكهربائي في أحد الأسواق الكبيرة ٣٥ مترًا، وقياس الزاوية التي يكونها مع الأرض ٢٩°، أوجد ارتفاع السلم.

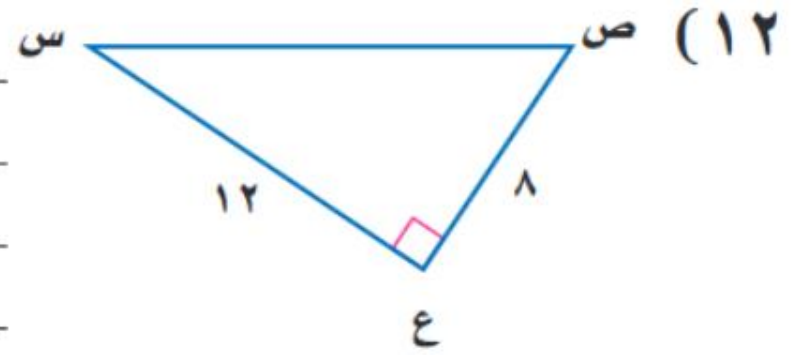


يُعبّر عن قاعدة الدالة المثلثية إذا علمت الجيب أو جيب التمام أو الظل لزاوية حادة، فيمكنك إيجاد قياسها باستعمال معكوس النسب المثلثية.

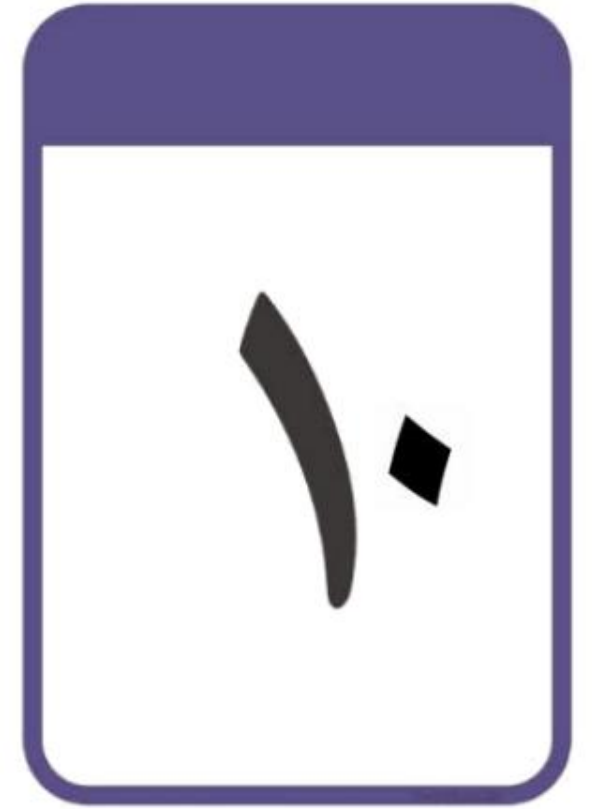
| أضف إلى مطويتك | مَعكوس الدوال المثلثية   | مفهوم أساسي |
|----------------|--|-------------|
|                | <p>إذا كانت <math>\Delta</math> زاوية حادة، وكان:</p> <p>التعبير اللفظي: <math>\text{جا } \Delta = \text{س}</math> فإن <b>معكوس جيب</b> <math>\text{س}</math> ورمزه <math>\text{جا}^{-1}</math> <math>\text{س}</math> يساوي قياس <math>\Delta</math> أ.</p> <p>الرموز: إذا كان <math>\text{جا } \Delta = \text{س}</math>، فإن <math>\text{جا}^{-1} \text{س} = \Delta</math> أ.</p> |             |
|                | <p>جتا <math>\Delta</math> يساوي <math>\text{س}</math>، فإن <b>معكوس جيب تمام</b> <math>\text{س}</math> ورمزه <math>\text{جتا}^{-1}</math> <math>\text{س}</math> يساوي قياس <math>\Delta</math> أ.</p> <p>الرموز: إذا كان <math>\text{جتا } \Delta = \text{س}</math>، فإن <math>\text{جتا}^{-1} \text{س} = \Delta</math> أ.</p>  |             |
|                | <p>ظا <math>\Delta</math> يساوي <math>\text{س}</math>، فإن <b>معكوس ظل</b> <math>\text{س}</math> ورمزه <math>\text{ظا}^{-1}</math> <math>\text{س}</math> يساوي قياس <math>\Delta</math> أ.</p> <p>الرموز: إذا كان <math>\text{ظا } \Delta = \text{س}</math>، فإن <math>\text{ظا}^{-1} \text{س} = \Delta</math> أ.</p>  |             |



تقوية أوجد ق ل س لكل مثلث فيما يأتي مقرباً إلى أقرب درجة:



# الباب العاشر



# تصميم دراسة مسحية

الدراسة المسحية

التجربة

الدراسة القائمة  
على الملاحظة

ملخص مفهوم



أساليب جمع البيانات



تُسجَلُ البياناتُ بعدَ  
تغييرِ العينةِ



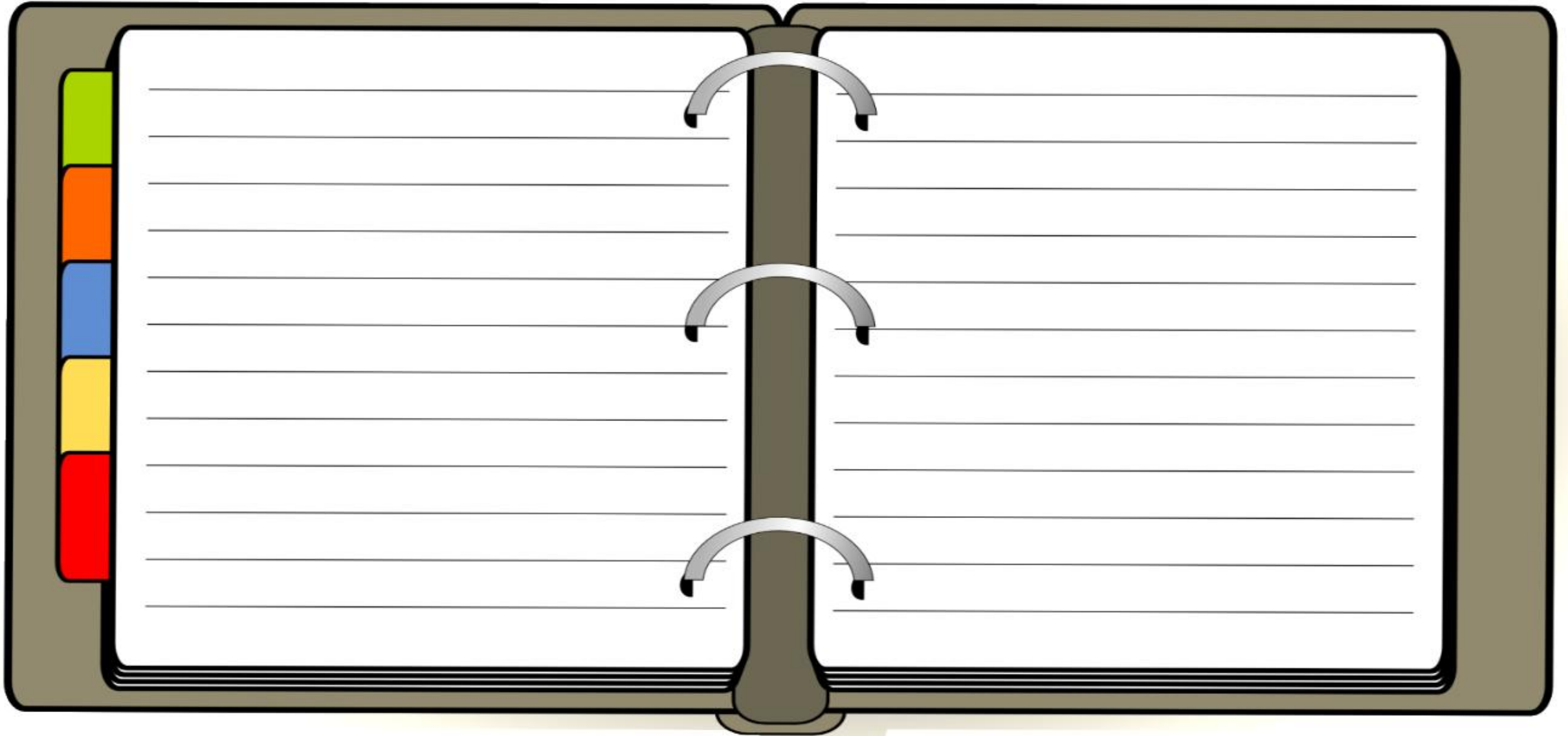
تسجيلُ البياناتِ بعدَ  
مُلاحظةٍ أو مُشاهدةٍ  
العينةِ



تُؤخَذُ البياناتُ منَ  
استجاباتِ أفرادِ عينةٍ  
منَ المُجتمعِ



حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنف أسلوب جمع البيانات المستعمل:  
(٢) **رياضة:** يريد مدير نادٍ رياضي أن يحدّد شعارًا للنادي، فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيًا عن آرائهم.



هناك عوامل تؤثر في جمع البيانات والاستنتاجات التي يتم التوصل إليها. فإذا كانت طريقة اختيار العينة تعطي تفضيلاً لمجموعة معينة على مجموعة أخرى فإن العينة تكون **عينة متحيزة**، والبيانات المأخوذة منها متحيزة، وتكون العينة غير متحيزة إذا كان لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار، وتسمى **عينة عشوائية**.



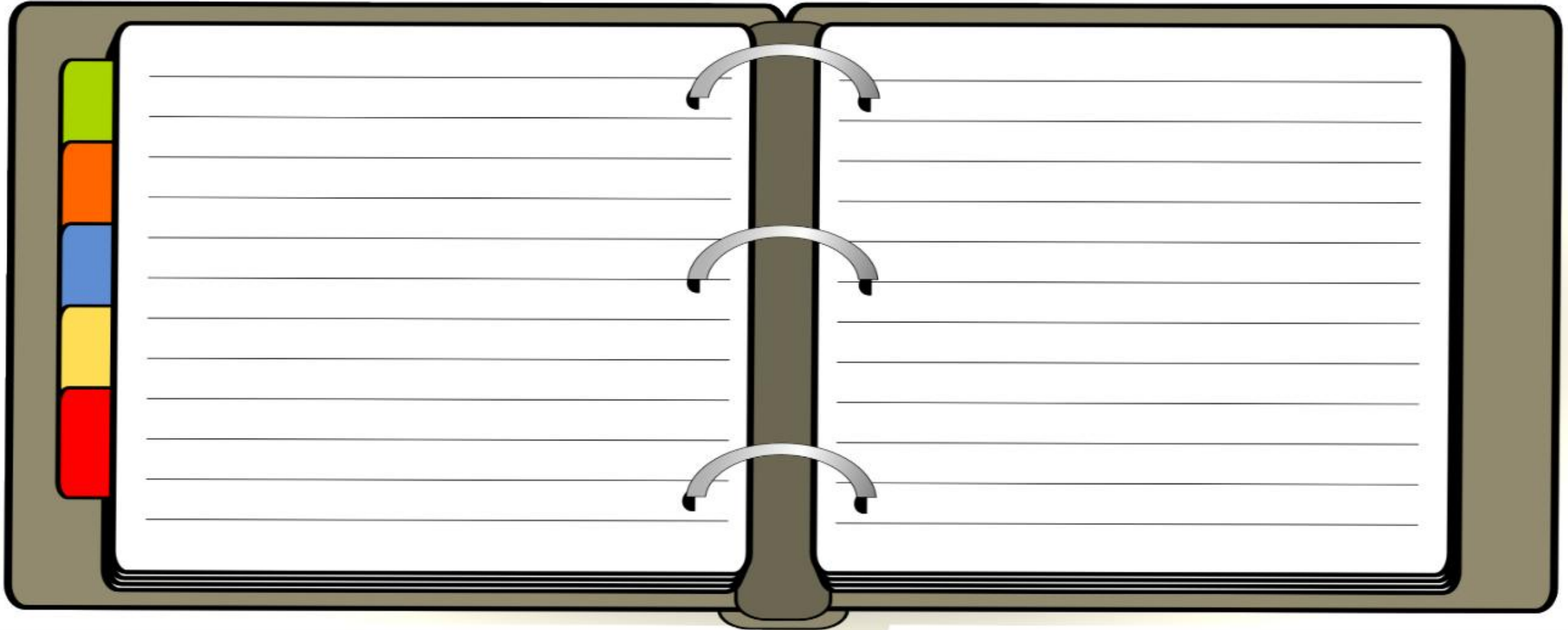
حدّد في كل مما يأتي إن كانت كل العينة متحيزة أم غير متحيزة، وفسّر إجابتك:

(١٢) **مدرسة:** سُئل كل عاشر طالب يدخل المدرسة عن المادة الدراسية المفضلة لديه.

(٩) **مكتبة:** سأل أمين مكتبة كل من يستعير كتابًا إن كان يستعمل الحاسب الموجود في المكتبة.

(١٠) **ملابس:** يُعطي محل بيع ملابس كل زبون بطاقة يمكنه أن يعيدها بالبريد، يسأله فيها عن نوع الثياب التي يفضّلها.

تقوية



**أساليب المعاينة:** تُستعمل بيانات العينة لتقدير إحدى سمات المجتمع كاملاً. وتُختار العينة العشوائية من المجتمع على أن تكون ممثلة له دون إعطاء أفضلية لفئة معينة على أخرى. ويعرض الجدول الآتي ثلاثة أنواع من العينات العشوائية:

| النوع                            | التعريف  | مثال   |
|----------------------------------|--|--|
| <b>العينة العشوائية البسيطة</b>  | العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأى عينة أخرى من المجتمع.                            | سحب أرقام مئة طالب من كيس، وإخضاع هؤلاء الطلاب لدراسة مسحية.   |
| <b>العينة العشوائية الطبقيّة</b> | يقسم المجتمع إلى فئات متماثلة غير متداخلة، ثم يتم اختيار عينة من كل واحدة من هذه الفئات. | يختار الباحث عينات من صفوف مختلفة من الطلاب بناءً على النسبة المئوية لهذه الصفوف في المدرسة؛ ليعكس التنوع في صفوف المدرسة. |
| <b>العينة العشوائية المنتظمة</b> | العينة التي يُختار أفرادها تبعاً لفترة زمنية محددة، أو فئة محددة من العناصر.             | تُفحص قطعة من خط إنتاج كل عشر دقائق، أو تُفحص قطعة من كل ٥٠ قطعة.  |

أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

العينات العشوائية

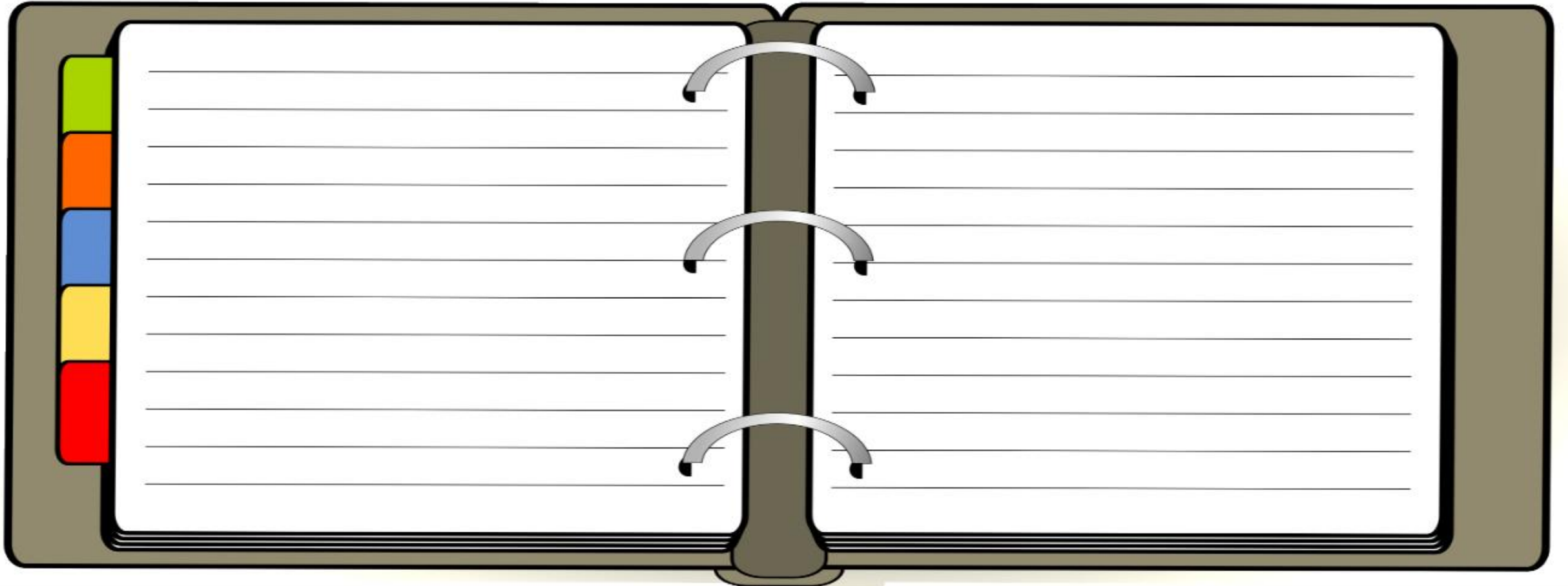
حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة،  
مفسّرًا إجابتك:

٣ (ب) **طعام:** يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءًا بوقت يُحدّد عشوائيًا.

٥ (٥) **بطاقات مصوّرة:** وزّع أحمد بطاقات الصور التي التقطها في مجموعات بحسب المدن التي تمثلها هذه البطاقات، ثم اختار بطاقتين عشوائيًا من كل مجموعة.

٦ (٦) **تلفزة:** تود محطة تلفزة أن تحدد أكثر برامجها مشاهدة، فأرسلت استبانةً إلى عدة أشخاص اختيروا عشوائيًا من أنحاء المملكة كافة.

تقوية



# تحليل نتائج الدراسة المسحية



## تحليل نتائج الدراسة المسحية

### تقويم دراسة مسحية

وذلك عن طريق التحقق من أن العينة المختارة عشوائية وكبيرة و تمثل كامل المجتمع تمثيلاً جيداً و أن مصدر البيانات موثوق به .

### اختيار طريقة تلخيص البيانات

وذلك عن طريق استعمال مقاييس النزعة المركزية الافضل للبيانات المعطاة في السؤال .





## دراسة مسحية

البيانات النوعية

البيانات الكمية

### تلخيص البيانات الكمية

#### مقاييس النزعة المركزية

المنوال

العدد أو الأعداد الأكثر تكررًا في مجموعة البيانات

الوسيط

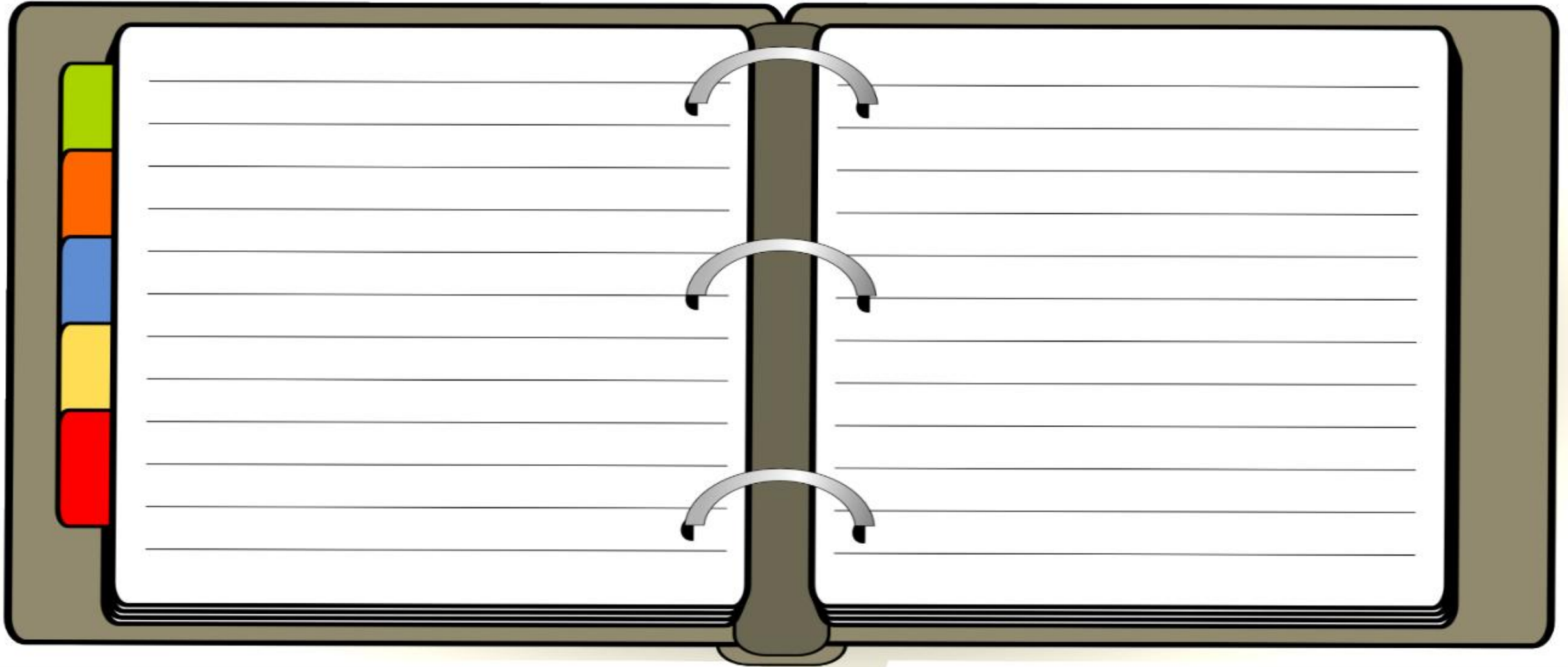
الوسيط هو العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات

المتوسط الحسابي

$$\frac{\text{مجموع البيانات}}{\text{عدد البيانات}} =$$

أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كل مما يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس:

(١) **إعادة تدوير:** ترغب شركة في إعادة تدوير الأوراق الزائدة، فجمعتها في رزم ارتفاع الواحدة منها ٥٠ سم، وقد أحصى خالد عدد الرزم في نهاية كل شهر من السنة فكانت: ١٥، ١٨، ١٥، ١٤، ١٢، ١٥، ١٣، ١٤، ١٣، ١٨.





## حدّد صحة المعلومات والاستنتاجات لتقرير كل دراسة مسحية فيما يأتي:

(٣) **تلفاز:** إذا كان الجدول المجاور يمثل نتائج تقرير دراسة مسحية حيث

تريد محطة تلفزيونية أن تغير نشاطها ، فأرسلت ١٠٠٠ استبانة بالبريد إلى أشخاص تمّ اختيارهم عشوائياً تقع ضمن منطقة بثها وتلقت ٧٥٠ ردّاً.

السؤال: ما نوع البرامج التلفزيونية التي تفضلها؟

الاستنتاج: يجب أن تتحول المحطة إلى محطة إخبارية.

تقوية

| النتائج   |          |
|-----------|----------|
| الاستجابة | الاختيار |
| ٪٢٦       | رياضية   |
| ٪٣٢       | دينية    |
| ٪٣٩       | إخبارية  |
| ٪٣        | تعليمية  |

حدد إذا كان التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية.

تقوية

٥) مسحوق غسيل: وزعت عينات من مسحوق غسيل على مجموعة من السيدات لمقارنته بمسحوق الغسيل الذي استخدمته. السؤال: مارأيك باستبدال مسحوقك القديم بالمسحوق الجديد الاستنتاج: لن تستبدل معظم السيدات مسحوق الغسيل الذي يقمن باستعماله



# إحصائيات العينة ومعالم المجتمع



ملخص مفهوم

## الإحصاء الاستدلالي

الانحراف المعياري والتباين

الانحراف المعياري هو القيمة التي تحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي والتباين هو مربع الانحراف المعياري

الانحراف المتوسط

هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات.

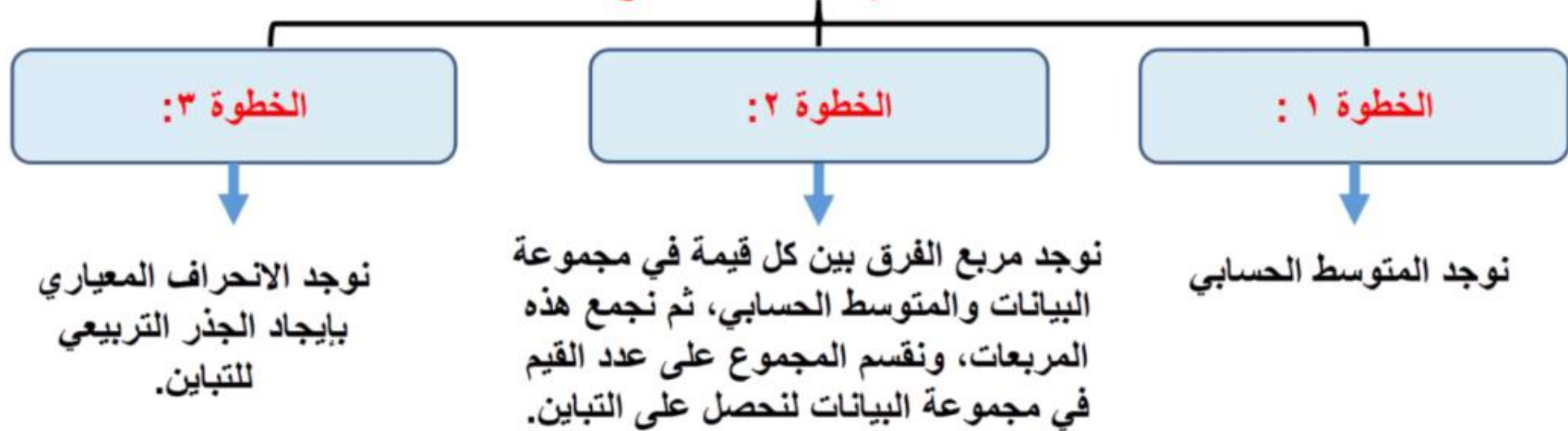
تعيين إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

وذلك عن طريق وصف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع .

## الانحراف المعياري والتباين

الانحراف المعياري: هو القيمة التي تحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي.  
التباين: هو مربع الانحراف المعياري

### لإيجاد الانحراف المعياري والتباين نتبع الخطوات التالية:



**الانحراف المتوسط** هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات. تذكر أن القيمة المطلقة لعدد معين هي بعده عن الصفر على خط الأعداد.

أضف إلى

مطويتك

## مفهوم أساسي

### الانحراف المتوسط

**الخطوة ١:** أوجد المتوسط الحسابي.

**الخطوة ٢:** أوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي.

**الخطوة ٣:** اقسّم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات.



**الانحراف المعياري** هو القيمة التي تُحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي. ويُرمز إليه بالرمز "ع". أما **تباين** مجموعة من البيانات فهو مربع الانحراف المعياري لتلك البيانات.

استعمل الطريقة المبينة أدناه لحساب التباين والانحراف المعياري.

### إرشادات للدراسة

#### رموز

يحسب المتوسط الحسابي للعينة وللمجتمع بالطريقة نفسها. وفي العادة يُرمز إلى متوسط العينة بالرمز  $\bar{x}$ ، ولكن سوف يستعمل هذا الرمز في هذا الكتاب ليدل على متوسط المجتمع.

#### أضف إلى

#### مطويتك

### ملخص المفهوم

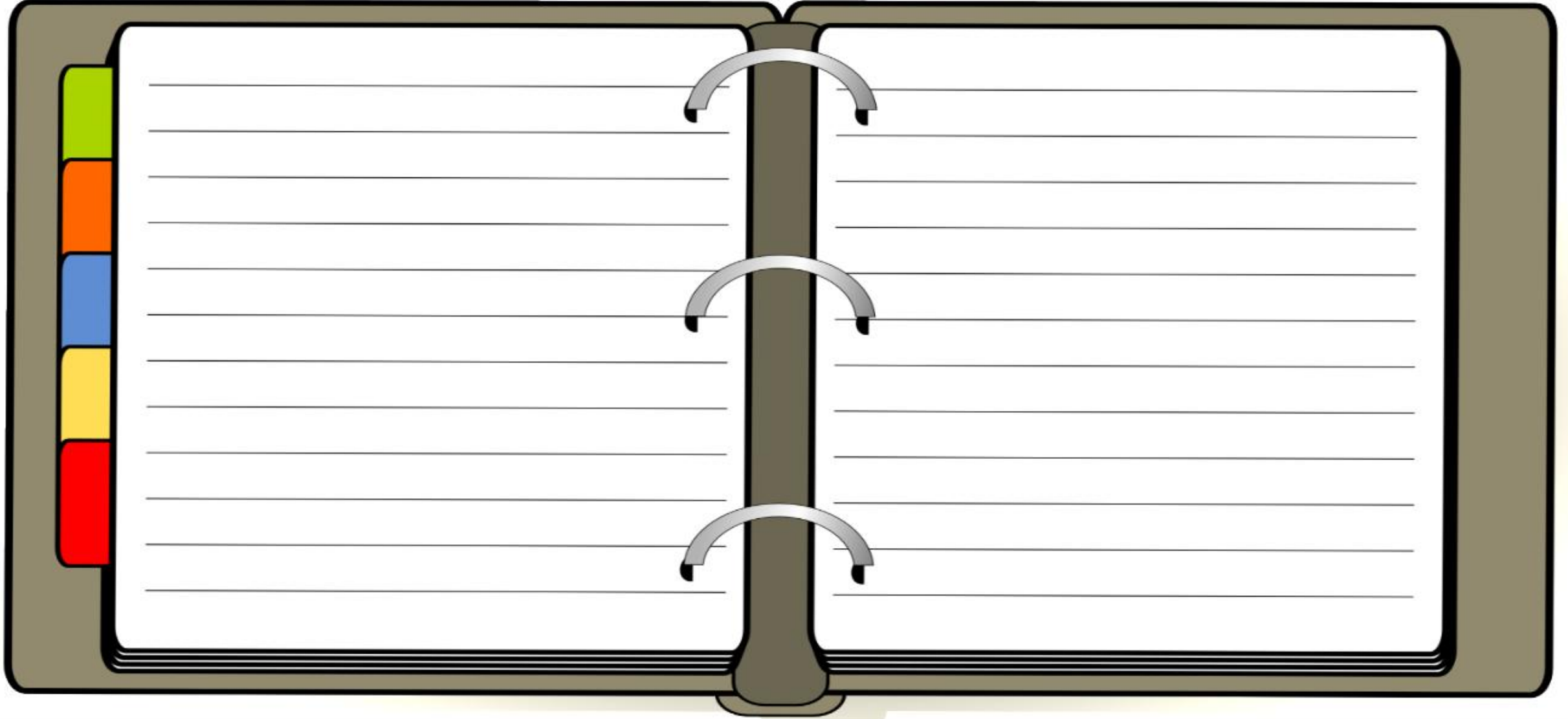
#### التباين والانحراف المعياري

- الخطوة ١:** أوجد المتوسط الحسابي  $\bar{x}$ .
- الخطوة ٢:** أوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي، ثم اجمع هذه المربعات، واقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لتحصل على التباين.
- الخطوة ٣:** أوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين.

عيّن العينة والمجتمع في كل من الموقفين الآتين، ثم صف إحصائي العينة ومعلّمة المجتمع:

(٢) **كتب:** أُجريت دراسة شملت عينة مكوّنة من ١٠٠٠ طالب في الجامعات السعودية حول المبالغ التي ينفقونها في شراء الكتب الإضافية في كل عام، ثم حُسب المتوسط الحسابي لهذه المبالغ.

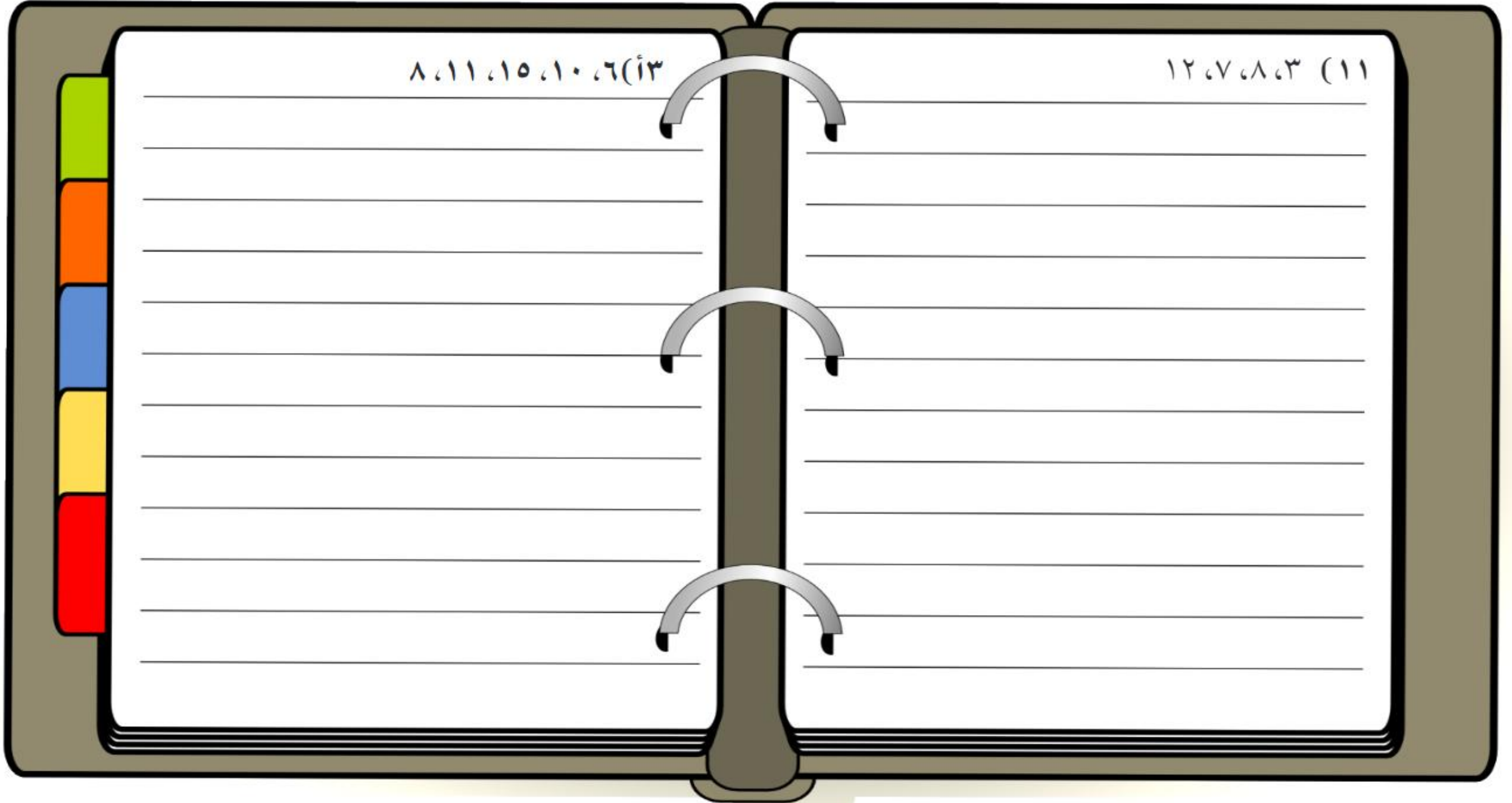
تقوية



أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعتي البيانات الآتيتين:

٨، ١١، ١٥، ١٠، ٦ (١٣)

١٢، ٧، ٨، ٣ (١١)





# التباديل والتوافيق



المضروب

التباديل والتوافيق

التباديل

$$\frac{n!}{(n-r)!} = {}^n P_r$$

التوافيق

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^n C_r$$


# التباديل والتوافيق

## مضروب العدد الصحيح

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 = 4!$$

$1 = 1!$

فضاء العينة



6, 5, 4, 3, 2, 1

## التوافيق

$$\frac{n!}{r! \times (n-r)!} = {}_n C_r$$

الترتيب مهم  $\rightarrow$  تباديل  
 لم يكن الترتيب مهم  $\rightarrow$  توافيق

## التباديل

$$\frac{n!}{(n-r)!} = {}_n P_r$$

$$3 = \frac{6}{2} = \frac{13}{12 \times 1(6-3)} = {}_6 C_2$$

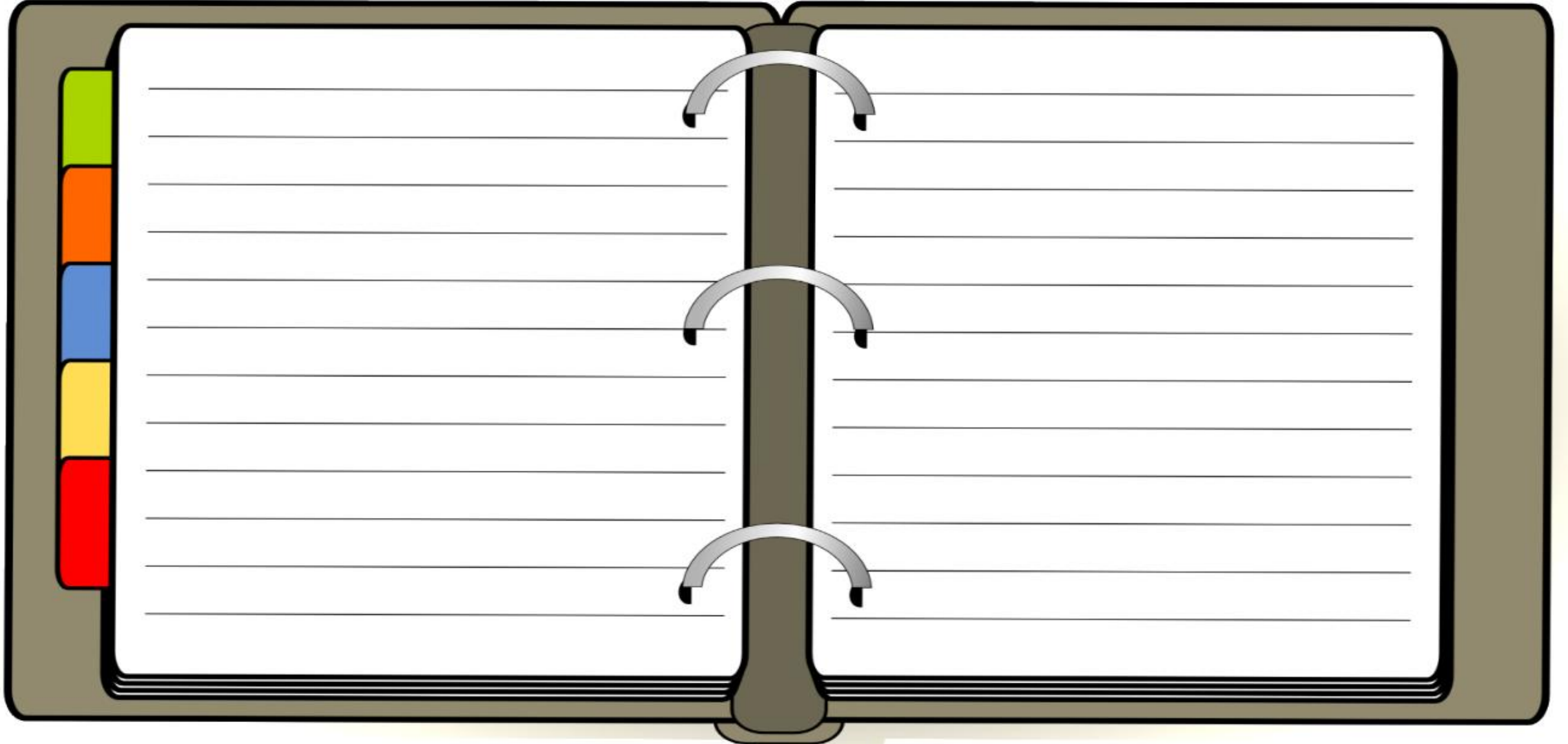
$$6 = \frac{6}{1} = \frac{13}{1(3-3)} = {}_6 P_1$$



## التباديل

(٢) لوحات: رسم فنان ١٥ لوحة فنية. فبكم طريقة يمكنه اختيار ١٠ لوحات منها لعرضها في معرض فني.

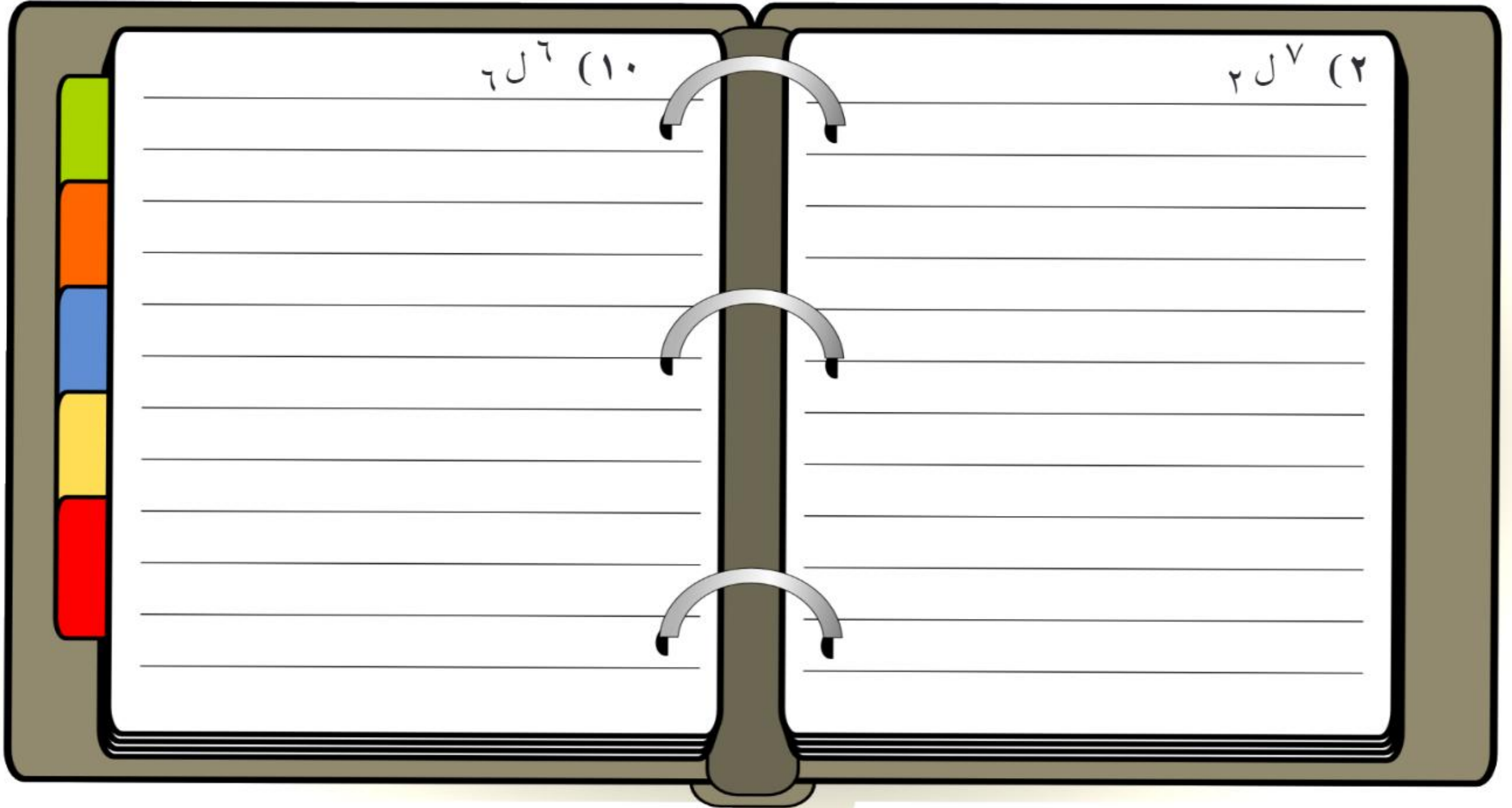
تقوية



تقوية أوجد قيمة كل مما يأتي:

٦٧<sup>٦</sup> (١٠)

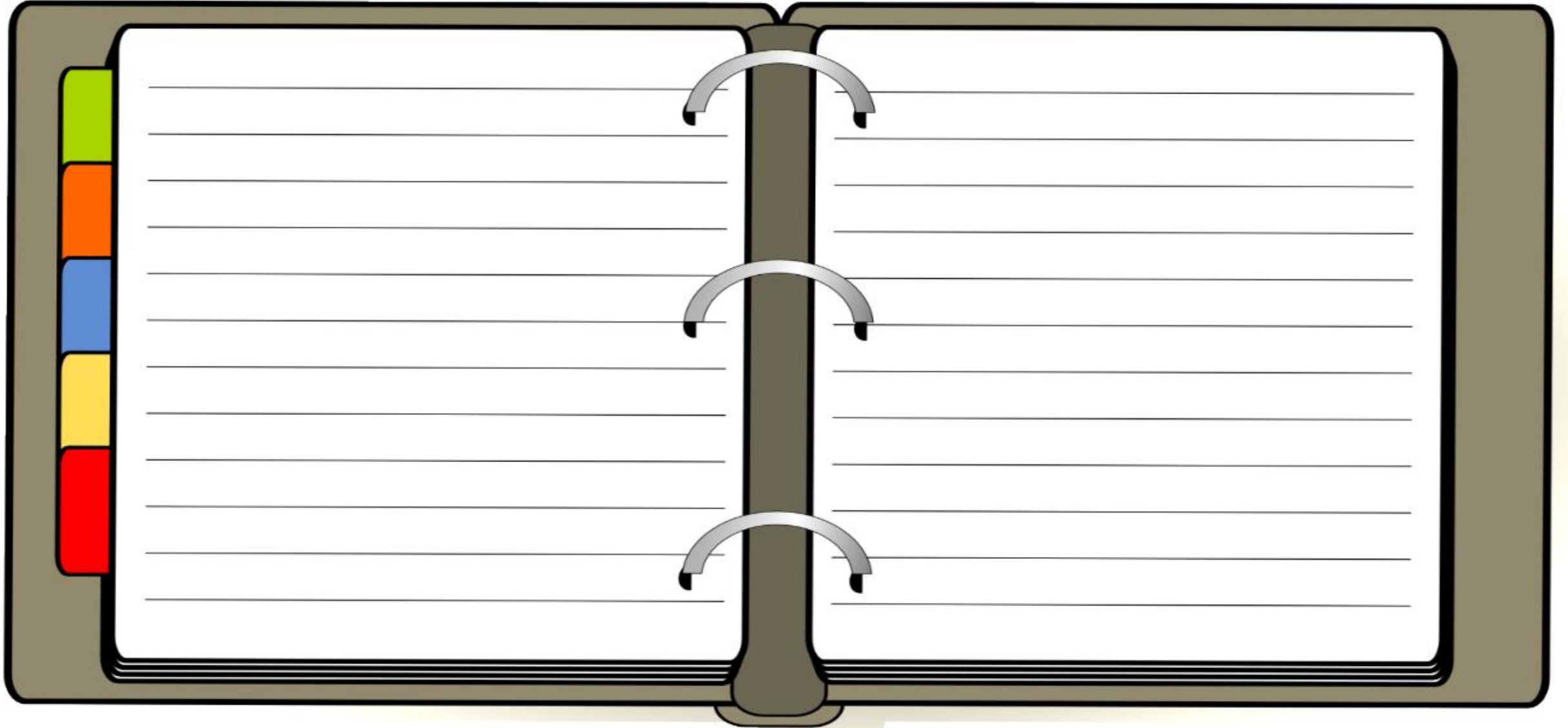
٢٧<sup>٧</sup> (٢)



## استعمال قانون التوافق

(٣) اختبار: تقدّم سعيد لاختبار في التاريخ، طلب فيه الإجابة عن ١٠ أسئلة من بين ١٢ سؤالاً.  
بكم طريقة يمكن أن يختار الأسئلة؟

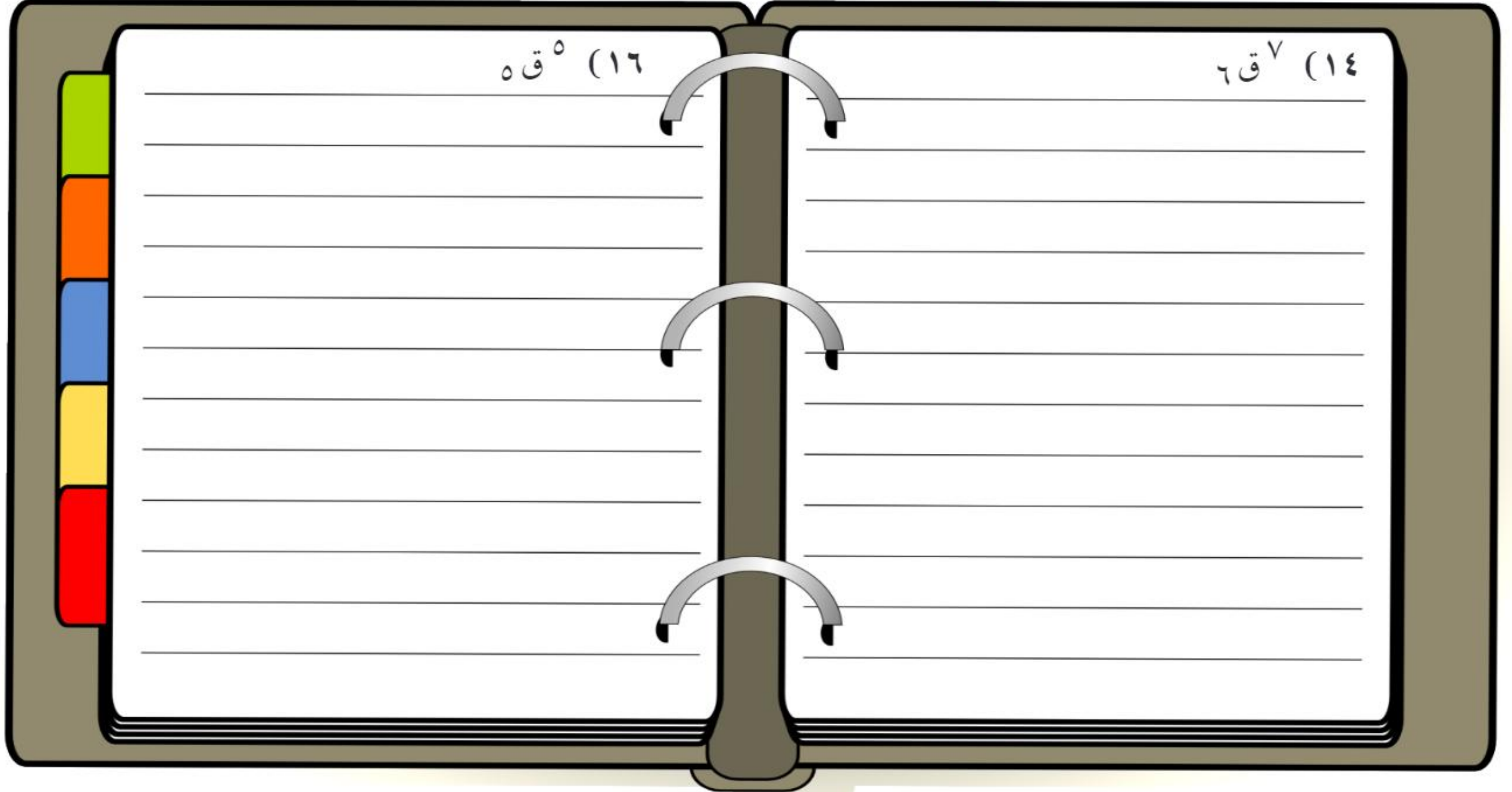
تقوية



تقوية أوجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي:

(١٦) ° ق ه

(١٤) ° ق ٧



# احتمالات الحوادث المركبة

ملخص مفهوم



الحادثة الواحدة تُسمى حادثة بسيطة

الحادثة المركبة تتكوّن من حادثتين بسيطتين أو أكثر

الحوادث غير المتنافية

حادثتان يُمكن وقوعهما معاً  
في الوقت نفسه

الحوادث المتنافية

حادثتان لا يُمكن وقوعهما معاً

الحوادث غير المُستقلة

حادثة مركبة تؤثر نتيجة إحدى  
الحادثتين في نتيجة الأخرى

الحوادث المُستقلة

حادثة مركبة لا تؤثر نتيجة إحدى  
الحادثتين في نتيجة الأخرى

## الحوادث غير المستقلة

أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

احتمال الحوادث غير المستقلة

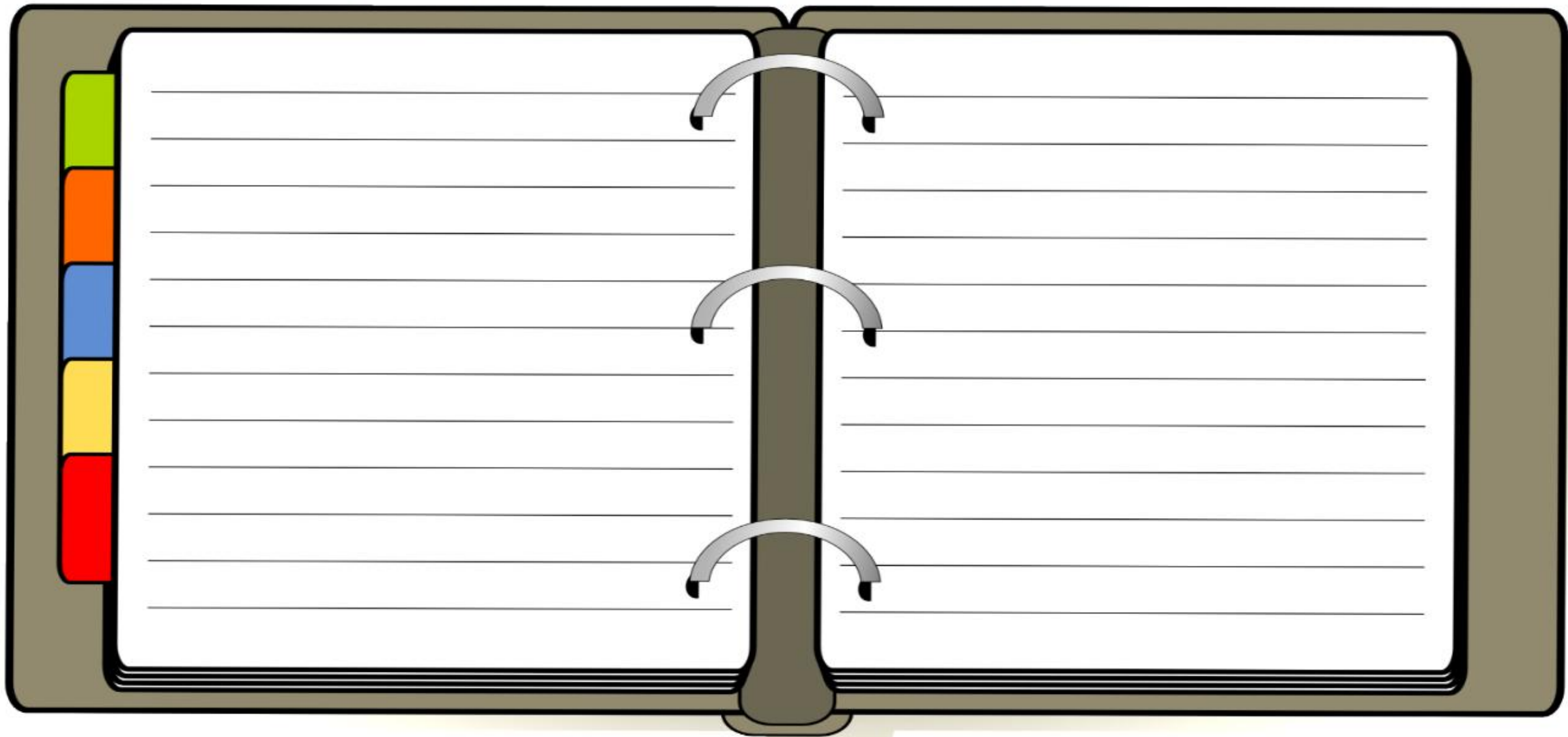
التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ و ب غير مستقلتين، فإن احتمال وقوعهما معاً يساوي حاصل ضرب احتمال وقوع الحادثة (أ) في احتمال وقوع الحادثة (ب) بعد وقوع الحادثة أ.

الرموز:  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$  (ب بعد أ)





- حدّد إذا كانت الحوادث فيما يأتي مستقلة أم غير مستقلة، ثم احسب احتمال كلٍّ منها:
- (٧) **نقود:** إذا أُلقيت قطعة نقود ٤ مراتٍ، فما احتمال ظهور الكتابة في المرات الأربع جميعها؟
- (٨) **مكعب أرقام:** رمي مكعب أرقام مرتين، فما احتمال ظهور عددين مختلفين؟



**الحوادث المتنافية:** تُسمّى الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معاً **حادثتين متنافيتين**. افترض أنك تريد أن تجد احتمال سحب بطاقة حمراء أو بطاقة زرقاء من وعاء يحتوي على بطاقات ملوّنة. بما أنه لا يمكن أن تكون البطاقة حمراء وزرقاء في الوقت نفسه فتُسمى هاتان الحادثتان **حادثتين متنافيتين**.

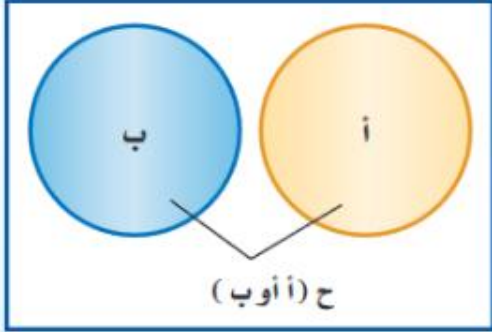
أضف إلى مطويتك

**مفهوم أساسي**

**الحوادث المتنافية**

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ و ب متنافيتين، فإن احتمال وقوع أ أو وقوع ب يساوي مجموع احتمالي الحادثتين.

الرموز:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



**إرشادات للدراسة**

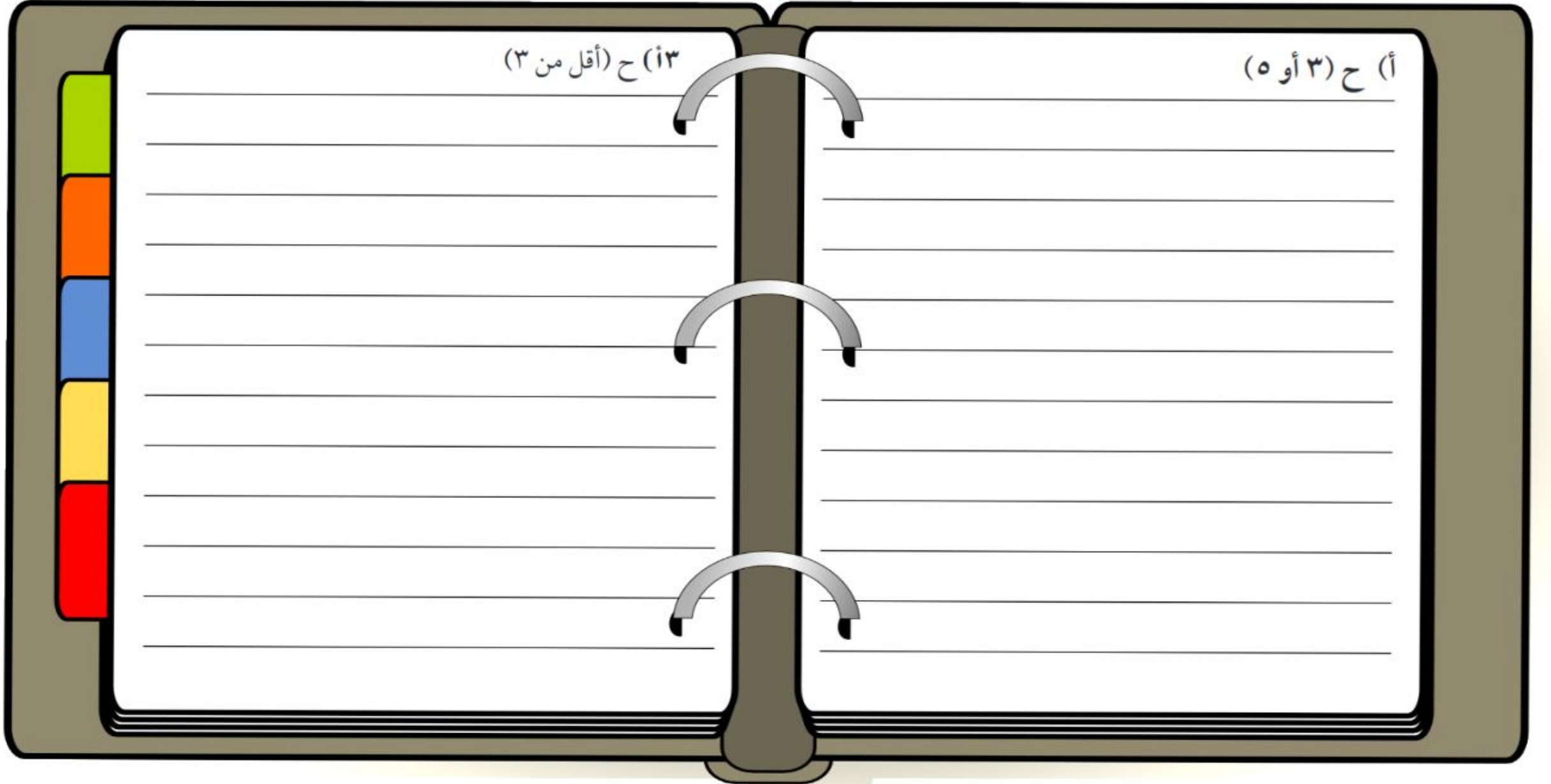
«و»، «أو»

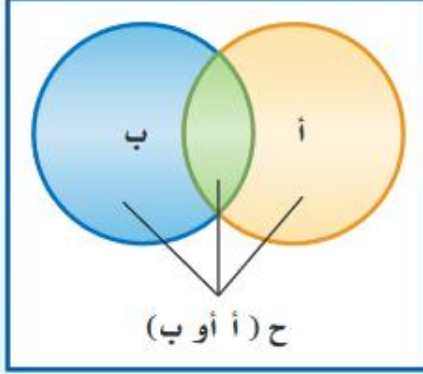
ترتبط الاحتمالات التي تتضمن «و» بالحوادث المستقلة وغير المستقلة، في حين ترتبط الاحتمالات التي تتضمن «أو» بالحوادث المتنافية وغير المتنافية.

## الحوادث المتنافية

أوجد كلاً من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام:

تقوية





التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ و ب غير متنافيتين، فإن احتمال وقوع أ أو وقوع ب يساوي مجموع احتماليهما ناقص احتمال وقوع الحادثتين معًا.

$$C(A \text{ أو } B) = C(A) + C(B) - C(A \text{ و } B)$$

الرموز:



### قراءة الرياضيات

#### أ و ب

يختلف استعمال أ و ب عن الاستعمال اللغوي، فالعبارة أ و ب تسمح بإمكانية وقوع الحادثتين أ و ب معًا أيضًا.

## الحوادث غير المتنافية

تقوية

٤) مكعب أرقام: عند رمي مكعب أرقام، ما احتمال ظهور عدد فردي أو أولي؟

